

**STUDI KOMPARATIF SISTEM PERHITUNGAN GERHANA
MATAHARI *ELEMENTS OF SOLAR ECLIPSES* JEAN MEEUS
DAN *TEXTBOOK ON SPHERICAL ASTRONOMY* W.M. SMART**

SKRIPSI

Diajukan untuk memenuhi tugas dan melengkapi syarat
guna memperoleh gelar sarjana strata satu
Dalam Ilmu Syariah Dan Hukum



Disusun oleh:

Fiki Nu`afi Qurrota Aini (1402046009)

**JURUSAN ILMU FALAK
FAKULTAS SYARIAH DAN HUKUM
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2019**

Drs. H. Slamet Hambali, M.S.I.
Jl. Candi Permata II/180, Semarang

PERSETUJUAN PEMBIMBING

Lamp. : 4 (empat) eks.
Hal : Naskah Skripsi
An. Sdri. Fiki Nuafi Qurrota Aini

Kepada Yth.
Dekan Fakultas Syari'ah dan Hukum
UIN Walisongo Semarang

Assalamu 'alaikum Wr. Wb.

Setelah saya mengoreksi dan mengadakan perbaikan seperlunya,
bersama ini saya kirim naskah skripsi Saudara:

Nama : Fiki Nuafi Qurrota Aini
NIM : 1402046009
Jurusan : Ilmu Falak
Judul : **Studi Komparatif Sistem Perhitungan Gerhana
Matahari *Elements of Solar Eclipses* Jean Meeus dan
Textbook on Spherical Astronomy W.M. Smart**

Dengan ini saya mohon kiranya skripsi Saudara tersebut dapat segera
dimunafasahkan.

Demikian harap menjadikan maklum.

Wassalamu 'alaikum Wr. Wb.

Pembimbing I



Drs. H. Slamet Hamali, M.S.I.
NIP. 19540805 198003 1 004

::

Dr. H. Mahsun, M.Ag.

Pakelsari RT 01/RW 07 Kel.Bulurejo, Kec.Mertoyudan, Kab. Magelang

PERSETUJUAN PEMBIMBING

Lamp. : 4 (empat) eks.

Hal : Naskah Skripsi

An. Sdri. Fiki Nuafi Qurrota Aini

Kepada Yth.

Dekan Fakultas Syari'ah dan Hukum

UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Setelah saya mengoreksi dan mengadakan perbaikan seperlunya, bersama ini saya kirim naskah skripsi Saudara:

Nama : Fiki Nuafi Qurrota Aini

NIM : 1402046009

Jurusan : Ilmu Falak

Judul : **Studi Komparatif Sistem Perhitungan Gerhana Matahari**
Elements of Solar Eclipses Jean Meeus dan Textbook on Spherical Astronomy W.M. Smart

Dengan ini saya mohon kiranya skripsi Saudara tersebut dapat segera dimunagasahkan.

Demikian harap menjadikan maklum.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Pembimbing II



Dr. H. Mahsun, M.Ag

NIP. 19671113 200501 1 001



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SYARI'AH DAN HUKUM
Jl. Prof. Dr. Hamka Kampus III Ngaliyan Telp./ Fax. (024) 7601291
Semarang 50185

PENGESAHAN

Nama : Fiki Nuafi Qurrota Aini
NIM : 1402046009
Fakultas/Jurusan : Syari'ah dan Hukum/Ilmu Falak
Judul : "Studi Komparatif Sistem Perhitungan Gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* Jean Meeus dan *Textbook on Spherical Astronomy* W.M. Smart"

Telah dimunaqosyahkan oleh Dewan Penguji Fakultas Syari'ah dan Hukum Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, pada tanggal:


9 Januari 2019

dan dapat diterima sebagai kelengkapan ujian akhir dalam rangka menyelesaikan studi Program Sarjana Strata 1 (S.1) tahun akademik 2018/2019 guna memperoleh Sarjana dalam Ilmu Syari'ah dan Hukum.

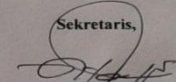
Semarang, 21 Januari 2019

DEWAN PENGUJI

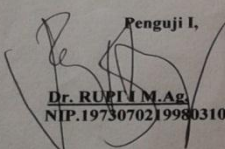
Ketua,


ANTHIN LATHIFAH, M.Ag.
NIP. 197511072001122002

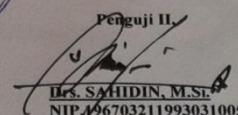
Sekretaris,


Dr. MAHSUN, M.Ag.
NIP. 196711132005011001

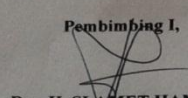
Penguji I,


Dr. RUPIN M.Ag.
NIP. 197307021998031002

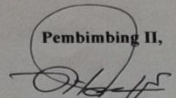
Penguji II,


Drs. SAHIDIN, M.Si.
NIP. 196703211993031005

Pembimbing I,


Drs. H. SLAMET HAMBALI, M.Si.
NIP. 195408051980031004

Pembimbing II,


Dr. MAHSUN, M.Ag.
NIP. 196711132005011001

MOTTO

وَيَرَى الَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ الَّذِي أُنْزِلَ إِلَيْكَ مِنْ رَبِّكَ هُوَ الْحَقُّ
وَيَهْدِي إِلَى صِرَاطٍ الْعَزِيزِ الْحَمِيدِ ﴿٦﴾

“Dan orang-orang yang diberi ilmu (ahli Kitab) berpendapat bahwa wahyu yang diturunkan kepadamu dari Tuhanmu Itulah yang benar dan menunjuki (manusia) kepada jalan Tuhan yang Maha Perkasa lagi Maha Terpuji”. (Q.S. Saba` : 6).

PERSEMBAHAN

Skripsi yang penuh perjuangan dan menempuh perjalanan panjang ini
saya persembahkan untuk:

ABAH & UMI TERCINTA

Abah Nur Ahsin & Umi Afifah Intanasari Noelly

Sosok yang selalu ada dalam kehidupanku. Tokoh yang selalu menjadi alasan dalam setiap langkah kesuksesan serta kelancaran yang Allah berikan kepadaku. Mereka yang tak pernah lelah mendampingi, membimbing serta mengawali hari-hariku menuju kehidupan yang lebih baik, dengan segala untaian doa yang mereka panjatkan siang malam, hanya demi kebaikan Putri sulungnya. Hanya inilah, bentuk baktiku pada Abah dan Umi tercinta. Semoga kalian selalu dalam keberkahan serta perlindungan-Nya.

Kedua Adikku yang aku banggakan,

Ulya Rahma Salsa Bila serta Muhammad Faiq Haidar Azmi.

Teman bermain, berbagi pendapat, berbagi ilmu, serta teman yang senantiasa mengubah cara pandangku terhadap dunia luar. Kakak menyayangi kalian berdua.

DEKLARASI

Dengan penuh kejujuran dan tanggung jawab, penulis menyatakan bahwa skripsi ini tidak berisi materi yang pernah ditulis oleh orang lain atau diterbitkan. Demikian pula skripsi ini tidak berisi satupun pikiran orang lain, kecuali informasi yang terdapat dalam referensi yang dijadikan sebagai bahan rujukan dalam penelitian ini.

Semarang, 10 Desember 2018

Deklarator,



Fiki Nuafi Qurrota Aini
NIM : 1402046009

TRANSLITERASI ARAB-LATIN

Penulisan transliterasi huruf-huruf Arab Latin dalam skripsi ini berpedoman pada (SKB) Menteri Agama dan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan R.I. Nomor: 158 Tahun 1987 dan Nomor: 0543b/U/1987.

Konsonan

Daftar huruf bahasa Arab dan transliterasinya ke dalam huruf Latin dapat dilihat pada halaman berikut:

Huruf Arab	Nama	Huruf Latin	Nama
ا	Alif	Tidak Dilambangkan	Tidak Dilambangkan
ب	Ba	B	Be
ت	Ta	T	Te
ث	Ša	Š	Es (dengan titik di atas)
ج	Jim	J	Je
ح	Ĥa	Ĥ	Ha (dengan titik di atas)
خ	Kha	Kh	Ka dan Ha
د	Dal	D	De
ذ	Žal	Ž	Zet (dengan titik di atas)
ر	Ra	R	Er

ز	Zai	Z	Zet
س	Sin	S	Es
ش	Syin	Sy	Es dan Ye
ص	Ṣad	Ṣ	Es (dengan titik di bawah)
ض	Ḍad	Ḍ	De (dengan titik di bawah)
ط	Ṭa	Ṭ	Te (dengan titik di bawah)
ظ	Ẓa	Ẓ	Zet (dengan titik di bawah)
ع	Ain	–	apostrof terbalik
غ	Gain	G	Ge
ف	Fa	F	Ef
ق	Qof	Q	Qi
ك	Kaf	K	Ka
ل	Lam	L	El
م	Mim	M	Em
ن	Nun	N	Ea
و	Wau	W	We
ه	Ha	H	Ha (dengan titik di atas)
ء	Hamzah	–'	Apostrof
ي	Ya	Y	Ye

Hamzah (ء) yang terletak di awal kata mengikuti vokalnya tanpa diberi tanda apa pun. Jika ia terletak di tengah atau di akhir, maka ditulis dengan tanda (').

Vokal

Vokal bahasa Arab, seperti vokal bahasa Indonesia, terdiri atas vokal tunggal atau monoftong dan vokal rangkap atau diftong. Vokal tunggal bahasa Arab yang lambangnya berupa tanda atau harakat, transliterasinya sebagai berikut:

Tanda	Nama	Huruf Latin	Nama
اَ	<i>Fathah</i>	A	A
اِ	<i>Kasrah</i>	I	I
اُ	<i>Dammah</i>	U	U

Vokal rangkap bahasa Arab yang lambangnya berupa gabungan antara harakat dan huruf, transliterasinya berupa gabungan huruf, yaitu:

Tanda	Nama	Huruf latin	Nama
اَيَّ	<i>Fathah</i> dan Ya	Ai	A dan I
اَوَّ	<i>Fathah</i> dan Wau	Au	A dan U

Maddah

Maddah atau vokal panjang yang lambangnya berupa harkat dan huruf, transliterasinya berupa huruf dan tanda, yaitu:

Harkat dan Huruf	Nama	Huruf dan Tanda	Nama
اَ...إِ	<i>Fathah</i> dan Alif atau Ya	ā	a dan garis di atas
اِ	<i>Kasrah</i> dan Ya	ī	i dan garis di atas
اُ	<i>Dammah</i> dan Wau	ū	u dan garis di atas

Ta marbūṭah

Transliterasi untuk *ta marbūṭah* ada dua, yaitu: *ta marbūṭah* yang hidup atau mendapat harkat *fathah*, *kasrah*, dan *dammah*, transliterasinya adalah [t]. Sedangkan *ta marbūṭah* yang mati atau mendapat harkat sukun, transliterasinya adalah [h].

Kalau pada kata yang berakhir dengan *ta marbūṭah* diikuti oleh kata yang menggunakan kata sandang al serta bacaan kedua kata itu terpisah, maka *ta marbūṭah* itu ditransliterasikan dengan ha (h).

Syaddah (Tasydīd)

Syaddah atau tasydīd yang dalam sistem tulisan Arab dilambangkan dengan sebuah tanda tasydīd (ّ), dalam transliterasi ini

dilambangkan dengan perulangan huruf (konsonan ganda) yang diberi tanda syaddah.

Jika huruf ع bertasydid di akhir sebuah kata dan didahului oleh huruf kasrah (اِ ع), maka ia ditransliterasi seperti huruf maddah (ī).

Kata Sandang

Kata sandang dalam sistem tulisan Arab dilambangkan dengan huruf (alif lam ma‘arifah) . Dalam pedoman transliterasi ini, kata sandang ditransliterasi seperti biasa, al-, baik ketika ia diikuti oleh huruf syamsiah maupun huruf qamariah. Kata sandang tidak mengikuti bunyi huruf langsung yang mengikutinya. Kata sandang ditulis terpisah dari kata yang mengikutinya dan dihubungkan dengan garis mendatar (-).

Hamzah

Aturan transliterasi huruf hamzah menjadi apostrof (') hanya berlaku bagi hamzah yang terletak di tengah dan akhir kata. Namun, bila hamzah terletak di awal kata, ia tidak dilambangkan, karena dalam tulisan Arab ia berupa alif.

Penulisan Kata Arab yang Lazim digunakan dalam Bahasa Indonesia

Kata, istilah atau kalimat Arab yang ditransliterasi adalah kata, istilah atau kalimat yang belum dibakukan dalam bahasa Indonesia. Kata, istilah atau kalimat yang sudah lazim dan menjadi bagian dari pembendaharaan bahasa Indonesia, atau sudah sering ditulis dalam tulisan bahasa Indonesia, tidak lagi ditulis menurut cara transliterasi di

atas. Namun, bila kata-kata tersebut menjadi bagian dari satu rangkaian teks Arab, maka mereka harus ditransliterasi secara utuh.

***Lafẓ Al-Jalālah* (الله)**

Kata “Allah” yang didahului partikel seperti huruf jarr dan huruf lainnya atau berkedudukan sebagai *muḍāf ilaih* (frasa nominal), ditransliterasi tanpa huruf hamzah.

Adapun *ta marbūṭah* di akhir kata yang disandarkan kepada *Lafẓ Al-Jalālah*, ditransliterasi dengan huruf [t].

Huruf Kapital

Walau sistem tulisan Arab tidak mengenal huruf kapital (All Caps), dalam transliterasinya huruf-huruf tersebut dikenai ketentuan tentang penggunaan huruf kapital berdasarkan pedoman ejaan Bahasa Indonesia yang berlaku (EYD). Huruf kapital, misalnya, digunakan untuk menuliskan huruf awal nama diri (orang, tempat, Bulan) dan huruf pertama pada permulaan kalimat. Bila nama diri didahului oleh kata sandang (al-), maka yang ditulis dengan huruf kapital tetap huruf awal nama diri tersebut, bukan huruf awal kata sandangnya. Jika terletak pada awal kalimat, maka huruf A dari kata sandang tersebut menggunakan huruf kapital (Al-). Ketentuan yang sama juga berlaku untuk huruf awal dari judul referensi yang didahului oleh kata sandang al-, baik ketika ia ditulis dalam teks maupun dalam catatan rujukan (CK, DP, CDK, dan DR).

ABSTRAK

Gerhana Matahari merupakan salah satu fenomena alam yang mana dalam memperkirakan kejadiannya diperlukan perhitungan yang tepat. Perhitungan gerhana (baik Matahari maupun Bulan) inilah yang menjadi salah satu cabang konsentrasi berbagai perhitungan yang terdapat dalam ilmu falak. Perhitungan gerhana yang tepat, akan memiliki berbagai manfaat, terutama bagi umat Islam. Umat Islam memperkirakan terjadinya gerhana, untuk dijadikan pedoman dalam waktu salat gerhana. Salat gerhana akan dilaksanakan hanya pada saat terjadinya gerhana. Oleh karenanya, hasil perhitungan yang tepat akan membawa dampak pada ketepatan waktu pelaksanaan salat gerhana.

Berbeda dengan penentuan waktu ibadah lainnya, perhitungan gerhana sebagai penentu salat gerhana tidaklah sering terjadi perbedaan pendapat di dalamnya, namun perhitungannya dalam memperkirakan gerhana terdapat beberapa perbedaan metode di kalangan ilmuwan. Seperti halnya, dalam perhitungan gerhana Matahari pada data NASA, maka tentu akan berbeda hasilnya jika dilihat pada data perhitungan lainnya. Perhitungan gerhana pada NASA salah satu narasumbernya adalah ilmuwan yang bernama Jean Meeus. Karya Jean Meeus yang banyak digunakan sebagai referensi perhitungan gerhana adalah *Elements of Solar Eclipses*. Di sisi lain, terdapat referensi perhitungan gerhana yang keakuratannya juga telah diakui, sama halnya dengan perhitungan Jean Meeus dalam *Elements of Solar Eclipses*, yakni *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart. *Textbook on Spherical Astronomy* tersebut merupakan buku karya W.M. Smart, yang dijadikan sebagai bahan perkuliahan serta sumber referensi dalam perhitungan gerhana di *Cambridge University*. Keduanya, sama-sama memiliki Elemen Bessel sebagai dasar perhitungan rumusnya, namun tetap memiliki perbedaan dalam hasil perhitungannya. Latar belakang inilah yang mendasari, penulis untuk mengetahui terkait perbandingan hasil perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*, berikut kelebihan serta kekurangan yang dimiliki keduanya.

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kepustakaan (*library research*). Sumber data yang digunakan adalah “*Elements of Solar Eclipses*” dan

“*Textbook on Spherical Astronomy*”, serta beberapa buku dan literatur yang membahas gerhana Matahari maupun ilmu falak. Metode pengumpulan data dilakukan dengan menelusuri berbagai literatur yang berkaitan dengan Astronomi maupun perhitungan gerhana Matahari.

Penelitian ini menghasilkan dua temuan. Pertama, meski keduanya menggunakan Elemen Bessel sebagai perhitungannya, namun konsep Elemen Bessel yang digunakan berbeda, serta ketelitian perhitungan antara keduanya, juga berbeda. Kedua, kelebihan dan kekurangan dari kedua sistem perhitungan. Kelebihan dari sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* adalah perhitungannya yang mudah serta cepat, dapat dibahasakan dan diprogram ke dalam kalkulator maupun Excel, potensi kesalahannya yang kecil dan perhitungannya yang bersifat sistematis. Adapun kekurangannya adalah, hasil perhitungannya yang tidak bersifat global. Sedangkan *Textbook on Spherical Astronomy* kelebihanannya adalah, hasil perhitungan waktu gerhananya yang detail, serta perhitungannya yang juga beralur sistematis. Adapun kekurangannya adalah susah untuk dibahasakan serta diprogram dalam kalkulator maupun Excel, informasi serta konsistensi datanya yang sangat kurang, berpotensi besar dalam menimbulkan kesalahan perhitungan, serta tidak menghasilkan waktu gerhana sentral.

Kata Kunci: Sistem perhitungan, Komparasi, Elemen Bessel, Waktu Gerhana Matahari.

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Segala puji bagi Allah SWT yang maha pengasih lagi maha penyayang, atas limpahan rahmat, taufiq, hidayah serta inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan baik.

Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad saw, kekasih Allah yang telah membimbing kita semua dari zaman *jahiliyyah* menuju zaman yang terang benderang berbekal iman serta ketaqwaan sang pemberi *syafa'at* beserta seluruh keluarga, sahabat dan para pengikutnya.

Skripsi yang berjudul “*Studi Komparatif Sistem Perhitungan Gerhana Matahari Elements of Solar Eclipses Jean Meeus dan Textbook on Spherical Astronomy W.M. Smart*” ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S.1) Fakultas Syari’ahdan Hukum Universitas Islam Negeri (UIN) Walisongo Semarang.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidaklah mungkin terlaksana tanpa adanya bantuan yang diberikan, baik moral maupun spiritual dari berbagai pihak. Untuk itu penulis menyampaikan terimakasih yang sedalamnya kepada:

1. Drs. H. Slamet Hambali, M.S.I., selaku Pembimbing I yang senantiasa membantu, meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing, mengoreksi dan mengarahkan penulis. Dengan kesabaran dan keikhlasan Beliau Alhamdulillah skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Semoga rahmat dan keberkahan senantiasa mengiringi langkah beliau.
2. Dr. H. Mahsun, M.Ag., selaku Pembimbing II yang telah senantiasa memberikan banyak masukan, maupun beberapa dukungan moril, serta meluangkan waktunya untuk membimbing, mengoreksi serta mengarahkan penulis. Dengan kesabaran dan keikhlasan Beliau Alhamdulillah skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Semoga rahmat dan keberkahan senantiasa mengiringi langkah beliau.
3. Dr. KH. Ahmad Izzuddin. M. Ag. selaku Dosen Ilmu Falak yang senantiasa Saya jadikan panutan dalam menimba ilmu. Beliau merupakan sosok yang telah memperkenalkanku pada Algoritma Jean Meeus. Berkat ilmu yang Beliau berikan, Alhamdulillah skripsi ini mendapatkan kemudahan dalam pengerjaannya.
4. Dr. H. Ahmad Arif Junaidi, M. Ag selaku dosen Wali serta Dekan Fakultas Syari'ah dan Hukum UIN WALISONGO Semarang yang telah merestui pembahasan skripsi ini dan memberikan fasilitas belajar dari awal hingga akhir.
5. Drs. H. Maksun, M. Ag Selaku Ketua Program Studi Ilmu Falak serta seluruh Dosen Pengajar di lingkungan Fakultas Syari'ah UIN Walisongo Semarang, yang telah membekali berbagai pengetahuan sehingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi.

6. Pimpinan Perpustakaan Universitas dan Fakultas yang telah memberikan izin dan layanan perpustakaan yang diperlukan dalam penyusunan skripsi ini.
7. Drs. Bambang Supriyadi MP., beserta Dr. Mega Novita S.Si., M.Si., M.Nat.Sc., Ph.D, selaku Dosen Teknik Informatika Universitas PGRI Semarang, yang telah banyak memberi bantuan, masukan, sumber referensi serta semangat maupun dukungan dalam penyelesaian skripsi ini.
8. dr. Endang Army Sp.KK., yang tak pernah lelah untuk selalu memberikan motivasinya untukku. Sosok yang selalu mengerti dalam keadaan terburukku sekalipun.
9. Ibu Erlina Noor Aini S.Pd., Guru yang telah memperkenalkan, serta menjadi pembimbing ilmu elemen Fisika dalam perjalanan saya menimba ilmu.
10. Teman seperjuangan semasa mengajar TPQ An-Nur, Ustadzah Kelly, Ustadzah Nila, Ustadzah Fitri, Ustadzah Iklimah, Ustadzah Azizah, Ustadzah Chalimah, Ustadzah Chyntia, Ustadzah Uut, Ustadzah Laily, Ustadzah Ulya serta Ustadzah Ita.
11. Teman “Mutiaraku”, Wiwit, (calon drg.) Isna, Khoirun Nisa’, Rif’ah Dzawir Rohmah, Noor Nailarrochim, Alivia Salma, Farchah Fitriyati, Mubayyinul Khoeroh, Hilmi Faiqoh, Khana Fitriya, Umi Nihayah, Kiswatun Najah S.H., Lu’lu’il Ikrimah, Aqillatul Rahma, Nur Hidayah S.H., serta Mohammad Akyas S.H. serta Nadea Lathifa S.H. Berkat semangat besar kalian, skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.

12. Kim Jonghyun. Bagian dari semangat terbesar serta bagian dari segala impian yang tak dapat kujabarkan dalam kehidupanku. Kau adalah yang terbaik.
13. Keluarga besar AURORA (Ilmu Falak IFB angkatan 2014 : Akhmad Husein, Syaadah, Abu Dzar Alghifari, Ghifari Ma'ruf, Chilman Syarif, M. Tauhid Rahmatullah, Siti Lailatul Farichah, Darmawan, Bakhtiar Khasbullah Ahmad, Ulfa Rohmah Wati, Nizma Nur Rahmi, Sohibatul Ismatil Hasanah, Haidir Yasir, Rizqi Rauhillahi, Irfan Jamalul Lail, Lela Laelatul Muniroh, M. Ruston Nawawi, Alaik Ridhallah, Aqillatul Rahmah, M. Abdul Rozaq, Asyatul Laili, Fathan Zainur Rasyid, Moh. Hilmi Sulhan Maulana, M. Zakiy Alfaruq, Maulida Chaerudin Fajri, Ahdina Constantinia serta Hadisti Amanatu Firdaussa) yang sudah menemani perjalananku dari semester awal hingga saat ini. Susah senang yang kita lewati bersama akan menjadi kenangan terindah, menjadi bagian cerita kehidupanku. Seluruh teman-teman di Jurusan Ilmu Falak yang telah memberikan segala dukungan serta persaudaraan yang terjalin.
14. Keluarga besar “Teen Avelexa (Avelqa)”, “SHOWOLLU”, dan seluruh kawan Kamar Darus Salamah, maupun Hujroh Ummu Salamah 2.
15. Keluarga KKN 69 posko 03 Tamansari, Mranggen, Demak. Teman susah senang, teman segala kondisi, yang senantiasa hadir selama 45 hari di tempat KKN, selalu bersama mengukir kenangan dan sejarah walau sekejap. Kordes kami Samsul Hadi. Maslihan, Hilman, Leni, Puji, Isti, Riska, Miss Nadheeroh, Irma serta Luluk. Tak lupa,

keluarga Ibu Mubadaroh. Serta Adik kita Tata, yang mengisi hari-hari kita dengan penuh warna dalam Posko 03.

16. Lee Jinki, Kim Kibum, Choi Minho serta Lee Taemin. Inspirasi besar untukku selalu datang bersama kalian.
17. Seluruh pihak yang telah banyak berkontribusi serta mendoakan demi kelancaran skripsi ini, yang tidak mungkin saya jabarkan satu persatu.

Harapan serta do'a penulis, semoga semua amal kebaikan dan jasa-jasa dari semua pihak yang telah membantu hingga terselesaikannya skripsi ini diterima oleh Allah swt, serta mendapatkan balasan yang lebih baik dan berlipat ganda.

Selain itu, penulis juga menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan yang disebabkan keterbatasan dalam kemampuan penulis. Oleh karena itu, penulis mengharap saran maupun kritik yang membangun dari pembaca, demi perbaikan dalam skripsi ini. Pada akhirnya penulis berharap, semoga ke depannya skripsi ini dapat memberikan manfaat nyata bagi penulis (khususnya) dan bagi para pembaca pada umumnya.

Semarang, 15 Desember 2018
Penulis

Fiki Nu`afi Qurrota Aini
NIM.1402046009

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN NOTA PEMBIMBING	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
HALAMAN MOTTO.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	vi
HALAMAN DEKLARASI.....	vii
HALAMAN TRANSLITERASI	viii
HALAMAN ABSTRAK.....	xiv
HALAMAN KATA PENGANTAR	xvi
HALAMAN DAFTAR ISI.....	xxi
HALAMAN DAFTAR TABEL.....	xxvi
HALAMAN DAFTAR GAMBAR.....	xxvii
BAB I : PENDAHULUAN	
a. Latar Belakang.....	1
b. Rumusan Masalah.....	10
c. Tujuan dan Manfaat Penelitian	10
d. Penelitian Terdahulu	11
e. Metode Penelitian	14
f. Sistematika Penulisan	19
BAB II : SISTEM PERHITUNGAN GERHANA MATAHARI	
A. Pengertian Gerhana Matahari	22
B. Dalil Mengenai Gerhana Matahari	26
C. Fiqh Hisab Rukyah Gerhana.....	27

D. Data Perhitungan Gerhana Matahari.....	28
1. Memperkirakan terjadinya <i>ijtima`</i> dengan perbandingan <i>tarik</i> h (Hijriyah-Miladiah).....	28
2. Menentukan saat terjadinya <i>ijtima`</i> dengan data almanak Ephemeris hisab rukyat.....	29
3. Perhitungan untuk menentukan waktu terjadinya gerhana matahari total dengan data almanak Ephemeris hisab rukyat.....	31
4. Ikhtisar waktu terjadinya gerhana matahari total (<i>total solar eclipse</i>) tanggal 9 Maret 2016	36

BAB III : SISTEM PERHITUNGAN GERHANA MATAHARI *ELEMENTS OF SOLAR ECLIPSES* DAN *TEXTBOOK ON SPHERICAL ASTRONOMY*

A. Sistem Perhitungan Gerhana Matahari Jean Meeus dalam <i>Elements of Solar Eclipses</i>	39
1. Tinjauan Umum <i>Elements of Solar Eclipses</i> Jean Meeus.....	39
2. Sumber Informasi Data	40
a. Koordinat Matahari	40
b. Nilai Radius Bulan	41
3. Keterangan pada Nilai Numerik yang Disajikan dalam Katalog.....	42
a. Data-data yang disajikan	42
b. Tipe Gerhana	43

c. Nilai Gamma (γ).....	45
d. <i>Julian Day</i> (JDE).....	45
e. <i>Lunation</i> (k).....	47
f. Seri Saros	47
g. Referensi Waktu (T_0)	48
h. Elemen Bessel	48
4. Penggunaan Praktis Elemen Bessel dan	
Contoh Numeriknya.....	50
a. Perhitungan Waktu	50
b. Catatan pada Garis Lintang Geografis	53
5. Metode Perhitungan.....	54
a. Menghitung Elemen Bessel.....	54
1. Elemen Dasar Bessel	54
2. Φ_1 dan Sudut Waktu H	55
3. Bujur Geografis Φ dan Lintang λ	56
4. Durasi pada Gerhana Total atau Cincin	
pada Lokasi.....	56
5. Tinggi Matahari h	57
6. Lebar Garis Edar pada Fase Gerhana Total atau	
Cincin.....	57
7. Rasio A pada Diameter Bulan yang Tampak hingga	
Diameter Matahari	57
B. Sistem Perhitungan Gerhana Matahari W.M. Smart	
dalam <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	58
1. Tinjauan Umum <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	58

2. Metode Perhitungan.....	60
a. Elemen Bessel	60
1) Elemen x , y dan d	61
2) Elemen μ	64
3) Elemen f_1 dan f_2	65
4) Elemen L_1 dan L_2	66
b. Perhitungan Gerhana pada Tiap Tempat	68
C. Contoh Hasil Perhitungan Gerhana Matahari	
Menggunakan Algoritma <i>Elements of Solar Eclipses</i> Jean	
Meeus dan Algoritma <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	75
1. Hasil Perhitungan Gerhana Matahari pada 10	
Mei 1994.....	75
a. Berdasarkan Algoritma <i>Elements of Solar</i>	
<i>Eclipses</i>	75
b. Berdasarkan Algoritma <i>Textbook on Spherical</i>	
<i>Astronomy</i>	76
2. Hasil Perhitungan Gerhana Matahari pada 9	
Maret 2016.....	77
a. Berdasarkan Algoritma <i>Elements of Solar</i>	
<i>Eclipses</i>	77
b. Berdasarkan Algoritma <i>Textbook on</i>	
<i>Spherical Astronomy</i>	77

**BAB IV : ANALISIS KOMPARATIF SISTEM PERHITUNGAN
GERHANA MATAHARI *ELEMENTS OF SOLAR ECLIPSES* DAN
*TEXTBOOK ON SPHERICAL ASTRONOMY***

A. Analisis Perbandingan Hasil Sistem Perhitungan Gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> dan <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	79
B. Analisis Kelebihan dan Kekurangan Sistem Perhitungan Gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> dan <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	102
1. Analisis Kelebihan dan Kekurangan Sistem Perhitungan Gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i>	102

BAB V : PENUTUP

A. Kesimpulan	115
B. Saran	118
C. Penutup.....	119

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN-LAMPIRAN

DAFTAR RIWAYAT PENULIS

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Hasil perhitungan waktu gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> tanggal 10 Mei 1994.....	76
Tabel 3.2 Hasil Perhitungan Waktu Gerhana Matahari <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> tanggal 10 Mei 1994.....	76
Tabel 3.3 Hasil Perhitungan Waktu Gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> tanggal 9 Maret 2016.....	77
Tabel 3.4 Hasil Perhitungan Waktu Gerhana Matahari <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> tanggal 9 Maret 2016.....	77
Tabel 4.1 Perhitungan Lintang dan Bujur pada <i>Elements of Solar Eclipses</i>	80
Tabel 4.2 Perbandingan hasil perhitungan waktu gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> dan <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	84
Tabel 4.3 Perbedaan penggunaan Elemen Bessel	85
Tabel 4.4 Nilai selisih pada data Elemen Bessel yang digunakan dalam perhitungan gerhana Matahari pada <i>Elements of Solar Eclipses</i>	88
Tabel 4.5 Data dasar Elemen Bessel <i>Elements of Solar Eclipses</i> pada tanggal 10 Mei 1994 dan 9 Maret 2016.....	89
Tabel 4.6 Data dasar Elemen Bessel <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> pada tanggal 10 Mei 1994 dan 9 Maret 2016.....	90
Tabel 4.7 Perbandingan waktu gerhana Matahari hasil perhitungan <i>Elements of Solar Eclipses</i> dan <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> dengan data NASA	98
Tabel 4.8 Selisih hasil perbandingan waktu gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> dan <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> dengan data NASA.....	98
Tabel 4.9 Perbandingan kelebihan dari sistem perhitungan gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> dan <i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	111

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Skema Gerhana Matahari Total	23
Gambar 2.2	Skema Gerhana Matahari Cincin.....	24
Gambar 2.3	Skema Gerhana Matahari Sebagian.....	25
Gambar 3.1	Skema Bola Langit	60
Gambar 3.2	Skema Posisi Matahari dan Bulan saat Gerhana Matahari.....	65
Gambar 3.3	Skema Gerhana Matahari Tiap Tempat.....	68
Gambar 3.4	Skema Bola Langit	69
Gambar 4.1	Skema Gerhana Matahari	86
Gambar 4.2	Segitiga DV_1C	87
Gambar 4.3	Skema Gerhana Matahari	92
Gambar 4.4	Segitiga CV_1F	93
Gambar 4.5	Hasil <i>input</i> data waktu gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> pada tanggal 10 Mei 1994 pada aplikasi Stellarium.....	99
Gambar 4.6	Hasil <i>input</i> data waktu gerhana Matahari <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> pada tanggal 10 Mei 1994 pada aplikasi Stellarium	100
Gambar 4.7	Hasil <i>input</i> data waktu gerhana Matahari <i>Elements of Solar Eclipses</i> pada tanggal 9 Maret 2016 pada aplikasi Stellarium	100
Gambar 4.8	Hasil <i>input</i> data waktu gerhana Matahari <i>Textbook on Spherical Astronomy</i> pada tanggal 9 Maret 2016 pada aplikasi Stellarium	101

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Perhitungan gerhana, merupakan salah satu cabang konsentrasi berbagai perhitungan yang terdapat dalam ilmu *Falak*¹. Perhitungannya sangatlah berperan penting dalam kehidupan manusia. Tidak hanya sebagai dasar dalam memperkirakan fenomena alam yang terjadi, namun juga dapat dijadikan sebagai tolak ukur, dalam hal penentuan aktifitas yang berkaitan dengan ibadah. Ibadah tersebut, kita ketahui sebagai pelaksanaan salat gerhana (baik itu gerhana Matahari maupun Bulan). Pada saat terjadinya gerhana (baik gerhana Bulan maupun gerhana Matahari), umat Islam melaksanakan salat gerhana berdasarkan dengan waktu yang telah diperhitungkan sebelumnya. Pada saat awal hingga akhir dari terjadinya gerhana yang telah diperhitungkan secara teliti tersebut, dijadikan sebagai landasan waktu untuk umat Islam melaksanakan salat gerhana tersebut.

Penentuan perkiraan waktu terjadinya gerhana tidaklah terdapat perbedaan yang signifikan. Tidak seperti perhitungan lainnya, yakni perhitungan dalam menentukan awal Bulan tahun

¹ Ilmu *Falak*, secara etimologi, “*Falak*” atau “Orbit” adalah, “lintasan benda-benda langit”, sehingga ilmu *falak* adalah ilmu yang mempelajari tentang lintasan, benda-benda langit pada orbitnya masing-masing, untuk diketahui posisi suatu benda langit terhadap benda langit lainnya (Muhyiddin Khazin,).

*Hijriyah*² (khususnya pada saat penentuan awal Bulan *Ramadhan* dan *Syawal*), yang terkadang dapat ditemukan perbedaan, baik dalam berbagai macam referensi, cara, maupun hasil yang pada akhirnya, dapat menimbulkan perbedaan dalam umat Islam ketika melaksanakan ibadah. Baik secara *hisab*³ maupun *rukyat*⁴, tidak terlalu mempersoalkan perbedaan dalam memperkirakan gerhana yang dari kedua madzhab tersebut. Jika *hisab* dalam memperkiraan gerhananya menggunakan sistem perhitungan, maka *rukyat* menggunakan hasil yang bersumber dari pengamatan (baik dengan menggunakan alat optik maupun dengan mata telanjang), yang mereka lakukan untuk dijadikan dasar dalam memperkirakan gerhana. Sehingga, tidak terdapat perbedaan yang terlalu mencolok di dalam penentuan gerhana Matahari.

Dalam memperkirakan akan terjadinya peristiwa gerhana Matahari, sebelumnya para ahli *Falak* memerlukan beberapa perhitungan. Hal ini berguna untuk memperhitungkan segala macam peristiwa yang terjadi dalam gerhana Matahari. Beberapa peristiwa yang diperhitungkan terjadi pada saat gerhana Matahari antara lain, durasi pada saat berlangsungnya gerhana Matahari, letak bujur dan

²Tahun *Hijriyah*, merupakan tahun yang perhitungan penanggalannya berdasarkan perhitungan rata-rata sinodik Bulan (*Qamariyah*). Awal tahun *Hijriyah* (1 *Hijriyah*), dihitung sejak peristiwa hijrahnya Nabi Muhammad Saw beserta para pengikutnya, yakni dari kota *Makkah* menuju kota *Madinah*.

³*Hisab*, merupakan sistem perhitungan atau aritmatika.

⁴*Rukyat*, merupakan kegiatan observasi atau melihat benda-benda langit.

lintang lokasi terjadinya gerhana Matahari, lebar lintasan gerhana Matahari, jenis gerhana Matahari yang terjadi serta peristiwa lainnya yang hanya terjadi ketika gerhana Matahari berlangsung. Mengenai perhitungan yang digunakan para ahli *Falak*, dapat ditemukan dalam berbagai macam metode dan beberapa referensi perhitungan. Berbagai macam metode yang digunakan, dapat berupa perhitungan yang berasal dari referensi klasik maupun moderen. Ada beberapa ahli *Falak*, yang memilih untuk menggunakan referensi kitab-kitab klasik sebagai rujukan perhitungannya, seperti menggunakan metode perhitungan yang diterapkan dalam kitab *ad-Durul Aniq*, *Sullamun Nayyirain*, *Fath Raufilmanan*, hingga menggunakan metode *Khulashah al-Wafiyah*, melalui perhitungan yang menggunakan bantuan *Rubu` Mujayyab*⁵.

Selanjutnya, ada pula beberapa ahli *Falak* yang merujuk pada perhitungan moderen. Perhitungan moderen, biasanya lebih mengacu kepada perhitungan fisika maupun astronomi. Rujukan perhitungannya, menggunakan data-data yang lebih bersifat komputerisasi dalam memperkirakan gerhana Matahari. Seperti halnya perhitungan gerhana Matahari yang menggunakan data *Ephemeris*⁶ *Hisab Rukyat*. Data *Ephemeris* dapat diperoleh melalui

⁵*Rubu` Mujayyab* merupakan alat hitung berbentuk seperempat lingkaran, yang berguna untuk memproyeksikan peredaran benda-benda langit pada bidang vertikal.

⁶*Ephemeris*, (atau yang dalam bahasa Arab disebut dengan *Zaij*), merupakan sebuah tabel, yang di dalamnya memuat beberapa data astronomis benda-benda langit.

beberapa *software*⁷, yang berisikan informasi perhitungan *database*⁸ yang telah dikalkulasikan menggunakan komputerisasi. Data-data yang berada pada sistem tersebut juga berdasarkan pada acuan waktu *Greenwich*⁹, sehingga data-data tersebut diperkirakan cukup akurat jika dipergunakan dalam memperkirakan terjadinya gerhana Matahari.

Mengenai perhitungan moderen yang digunakan para ahli *Falak* dalam memperkirakan terjadinya gerhana Matahari, di antaranya terdapat dalam dua referensi berikut. Pertama, perhitungan (algoritma) astronomi karya Jean Meeus¹⁰, yang tertulis dalam bukunya, yakni *Elements of Solar Eclipses*. Kedua, perhitungan astronomi bola karya W.M. Smart¹¹ dalam bukunya, *Textbook on*

⁷ *Software*, istilah khusus untuk data yang bisa dibaca dan ditulis oleh komputer.

⁸ *Database* (basis data), merupakan kumpulan informasi yang disimpan di dalam komputer secara sistematis, sehingga dalam mengkoreksi informasinya pun, menggunakan program komputer.

⁹ *Greenwich*, merupakan nama sebuah desa kecil, yang letaknya beberapa meter di luar kota London, Inggris. *Greenwich* merupakan lokasi sebuah bangunan observatorium milik Kerajaan Inggris, yang bernama *Royal Greenwich Observatory*. Dunia internasional telah menetapkan, bahwa garis *meridian* yang melewati *Greenwich*, akan dijadikan *meridian* dasar (Bujur 0°). *Meridian* atau bujur yang berada di sebelah timur *Greenwich* disebut dengan “Bujur Timur (BT)”. Sebaliknya, jika *meridian* tersebut berada di sebelah barat *Greenwich*, maka dinamakan “Bujur Barat (BB)”.

¹⁰ Jean Meeus, merupakan seorang ahli meteorologi Belgia. Beliau juga merupakan seorang Astronom, dalam bidang mekanika langit, Astronomi bola dan Astronomi Matematik.

¹¹ William Marshall Smart (1889-1975), pada awalnya merupakan seorang ahli navigasi pada masa Perang Dunia I. Kemudian, pada tahun 1919,

Spherical Astronomy. Sekilas, keduanya terlihat sama-sama memakai metode perhitungan astronomi moderen, namun di dalamnya terdapat perbedaan yang cukup signifikan. Hal ini dapat dilihat dalam sistem perhitungan astronomi yang diterapkan dari kedua buku tersebut.

Sistem perhitungan Jean Meeus dalam *Elements of Solar Eclipses*, sistem koordinat Matahari lebih mengacu kepada perhitungan yang berbasis pada perhitungan algoritmanya *VSOP87*¹², sedangkan sistem perhitungan koordinat Bulannya berbasis pada teori *ELP-2000/82*¹³.

VSOP87, merupakan penyelesaian analisis pada pergerakan beberapa planet dalam versi yang berbeda-beda. Versi utama *VSOP87*, terdiri atas beberapa seri dalam elemen elips, sebagaimana yang terdapat pada sistem *VSOP82* dan beberapa versi *VSOP87* lainnya, yakni *VSOP87A*, *VSOP87B*, *VSOP87C*, *VSOP87D* dan *VSOP87E*, yang mana *VSOP87*(dari versi A hingga versi E), yang berdasarkan atas variabel persegi panjang dan bola. Versi utama *VSOP87*, sama halnya dengan versi teori yang sebelumnya, yakni

beliau kembali ke Universitas *Cambridge* dan *John Couch Adams Astronomer* pada tahun 1921-1937, untuk menjadi mengajar Matematika.

¹²*VSOP* (Bahasa Prancis: *Variations Seculaires des Orbites Planetaires*).

¹³*ELP-2000/82*, merupakan sebuah sistem perhitungan *Ephemeris* Bulan yang bersifat semi analitik yang setara untuk waktu historis. Teori ini diungkapkan oleh Chapront-Touze M dan Chapront J, pada *Bureau des Longitudes*, Paris, Perancis.

*VSOP82*¹⁴. Keduanya, merupakan ketetapan pada gabungan yang telah ditentukan berdasarkan penyesuaian untuk gabungan numerik *DE200*¹⁵ pada *Jet Propulsion Laboratory* (JPL)¹⁶. Berbagai versi pada *VSOP87*, berbeda-beda satu sama lainnya, dalam jenis koordinat dan keadaannya. Berikut merupakan beberapa jenis *VSOP87*:

1. *VSOP87*: Elips Heliosentris, Variabel: *Equinox* dan Ekliptik J2000.¹⁷
2. *VSOP87A* : Persegi Heliosentris, Variabel: *Equinox* dan Ekliptik J2000.
3. *VSOP87B* : Bola Heliosentris, Variabel: *Equinox* dan Ekliptik J2000.

¹⁴*VSOP82*, merupakan *VSOP* versi tahun 1982.

¹⁵*DE200* (*Development Ephemeris*), merupakan sistem *Ephemeris* yang belum lama ini diciptakan oleh pihak JPL (*Jet Propulsion Laboratory*). Sistem *DE200* ini, akan membentuk beberapa dasar pada sistem *Ephemeris* dalam “*Astronomical Almanac*” atau Almanak Astronomis, yang dimulai pada tahun 1984. Sistem *Ephemeris DE200* ini, bersumber dari referensi Ekuinoks Dinamik J2000, dari sistem *Ephemeris* itu sendiri.

¹⁶*Jet Propulsion Laboratory* (Laboratorium Tenaga Pendorong Jet), merupakan sebuah pusat riset nasional milik NASA (bekerja sama dengan Institut Teknologi California), Amerika Serikat, yang memiliki tujuan (misi) untuk membawa keluar (angkasa) robotik angkasa dan ilmu pengetahuan Bumi.

¹⁷J2000 (2000 January 1.5 TT) yakni untuk 12 jam pada satuan waktu *Terrrestrial* pada tanggal 1 Januari tahun 2000. Waktu tersebut, merupakan koordinat sistem yang digunakan untuk mendefinisikan *Equinox* dengan ekuator/ekliptik. Pada tanggal 1 Januari 2000, terjadi sekitar 64 detik lebih cepat, dibandingkan tengah hari UT1 pada tanggal yang sama. Tanggal 1 Januari 2000 (J2000) tersebut, disebut juga sebagai sebuah *Epoch* (waktu yang digunakan sebagai angka referensi untuk beberapa waktu, bermacam-macam nilai astronomi).

4. *VSOP87C* : Persegi Heliosentris, Variabel: *Equinox* dan Ekliptik pada Tanggal.
5. *VSOP87D* : Bola Heliosentris, Variabel: *Equinox* dan Ekliptik pada Tanggal.
6. *VSOP87E* : Persegi Heliosentris, Variabel: *Equinox* dan ekliptik J2000.¹⁸

Selain *VSOP87*, terdapat sistem *ELP-2000/82*. Sistem *ELP-2000/82* berisikan masa periodik Bulan secara keseluruhan, baik dari titik lintang, bujur maupun jarak Bulan dari Bumi. Seluruh data masa periodik ini, nantinya akan terabaikan dalam sistem komputerisasi, dengan koefisien terkecil dalam bujur dan lintang, serta lebih kecil satu meter dalam hal jarak.¹⁹ Teori *ELP-2000/82*, terdiri atas beberapa seri pada penyelesaian semi-analitik. Data *Ephemeris* Bulan disesuaikan untuk gabungan numerik *DE200/LE200* pada *Jet Propulsion Laboratory* dan uraiannya terdapat dalam teori semi analitik *ELP-2000/85*. Teori ini, juga berisi seri trigonometri dan seri *Poisson*²⁰, yang sebanding dengan waktu (t) atau pangkat dua dari waktu tersebut (t^2). Tiga puluh enam

¹⁸ cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?cat=VI/81, diakses pada Hari Jumat, tanggal 3 Agustus 2018, pukul 11:48.

¹⁹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses (1951-2200)*, (United States of America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.3.

²⁰ Dalam ilmu Matematika, formula *Poisson* merupakan suatu persamaan yang berhubungan dengan seri *Fourier* (koefisien pada perhitungan periodik), pada suatu fungsi untuk menilai fungsi perubahan seri *Fourier*, secara berturut-turut.

berkas data, termasuk beberapa seri yang berhubungan dengan berbagai komponen pada teori tiga koordinat bola, yakni bujur, lintang serta jarak. Seluruh uraian termasuk ketetapan serta sistem koordinat dijelaskan dalam ulasan “*Lunar Solution ELP-2000-82B*”.²¹

Segala data perhitungan yang terdapat dalam *Elements of Solar Eclipses*, merupakan hasil dari teori *VSOP87* serta *ELP-2000/82*. Banyak terdapat data-data untuk perhitungan koreksi dalam rumus perhitungan gerhana Matahari. *Elements of Solar Eclipses* yang berdasarkan *VSOP87* serta *ELP-2000/82*, memberikan hasil perhitungan yang cukup akurat, serta menyediakan data-data tersebut. Data tersebut, tidak hanya merupakan data yang berlaku di masa yang telah terlewati, namun juga untuk masa depan.²²

Adapun *Textbook on Spherical Astronomy* dalam sistem perhitungannya, berbasis pada astronomi bola, yang di dalam sistem astronomi bola tersebut, juga terdapat elemen *Bessel*. Namun, mengingat algoritma yang digunakan dalam *Textbook on Spherical Astronomy* merupakan sistem perhitungan astronomi bola, maka elemen *Bessel* yang digunakan dalam perhitungannya, merupakan *Bessel* yang bersifat *Bessel Spherical Functions* (Fungsi *Bessel* Bola). Sehingga, antara elemen *Bessel* yang terdapat dalam *Elements*

²¹*ELP-2000/82B*, merupakan teori pergerakan Bulan, yang terdiri atas beberapa seri, dalam penyelesaian semi-analitik *ELP-2000/82*.

²²Dalam hal ini, data yang terdapat dalam buku *Elements of Solar Eclipses*, hanyalah data yang tersedia dari tahun 1951 hingga 2200.

of Solar Eclipses dengan *Textbook on Spherical Astronomy*, akan terdapat perbedaan.

Algoritma yang dihasilkan dari kedua referensi tersebut mempengaruhi hasil perhitungan di antara keduanya, sehingga terdapat beberapa perbedaan dalam memperkirakan terjadinya gerhana Matahari. Hal ini sangatlah penting untuk dikaji lebih dalam, karena mengingat kedua algoritma tersebut pada dasarnya, berada dalam sistem perhitungan astronomi yang berbeda. Kedua sistem perhitungan yang berbeda tersebut, akan menghasilkan nilai (*output*) yang berbeda dalam perhitungan gerhana Matahari. Jika melihat data yang diberikan oleh NASA²³, maka perhitungan keduanya (baik perhitungan Jean Meeus maupun W.M Smart), akan tertera sebagai sumber rujukan perhitungan. Algoritma Jean Meeus digunakan sebagai perhitungan dasar oleh NASA, sedangkan sistem astronomi bola W.M Smart, akan digunakan sebagai rujukan perkiraan dalam pemetaan terjadinya gerhana Matahari. Data-data yang dihasilkan oleh NASA tersebut, pada akhirnya akan digunakan dalam berbagai aspek. Bagi para ahli *rukyat*, data-data tersebut sangatlah membantu dalam kegiatan pengamatan pergerakan benda-benda langit, terutama pada Matahari, Bumi dan Bulan. Ketiga benda tersebut merupakan dasar penentuan sistem kalenderisasi

²³ NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), merupakan Badan Penerbangan dan Antariksa milik Pemerintah Negara Amerika Serikat, yang memiliki tanggung jawab di beberapa bidang dalam program dan penelitian luar angkasa Amerika Serikat.

Islam, serta penentuan dalam pelaksanaan ibadah, yang salah satunya terkait dalam hal melaksanakan salat gerhana.

Oleh karenanya, dalam hal ini penulis mengkaji lebih lanjut mengenai sistem perhitungan antara kedua referensi tersebut, sehingga pada akhirnya dapat dijadikan alternatif baru dalam hal perhitungan gerhana Matahari.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, dan juga untuk mempermudah penulis dalam melakukan kajian dalam hal ini, maka dirasa perlu adanya suatu rumusan masalah. Adapun rumusan masalah dikelompokkan menjadi 2 macam :

- 1) Bagaimana perbedaan sistem perhitungan gerhana Matahari dalam *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dan *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart?
- 2) Bagaimana akurasi perhitungan di antara keduanya dalam sistem perhitungan gerhana Matahari?

C. Tujuan dan Manfaat Penelitian

Adapun yang menjadi tujuan penelitian adalah:

- 1) Mengetahui spesifikasi sistem perhitungan gerhana Matahari dalam *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dan *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart, serta

mengetahui persamaan maupun perbedaan kedua referensi tersebut, berdasarkan pada sistem perhitungan astronomis.

- 2) Mengetahui perihal akurasi sistem perhitungan gerhana Matahari, antara *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*.

Adapun yang menjadi manfaat dari penelitian adalah:

- 1) Memberikan wawasan dalam bidang keilmuan, khususnya terhadap bidang Ilmu *Falak* dan Astronomi, dalam bidang perhitungan gerhana Matahari.
- 2) Memberikan pengetahuan kepada para ahli *Falakhisab* maupun *rukyat*, perihal perhitungan gerhana Matahari, yang sistem perhitungannya berdasarkan pemikiran Jean Meeus pada *Elements of Solar Eclipses*, serta pemikiran W.M. Smart pada *Textbook on Spherical Astronomy*.
- 3) Memberikan data-data (hasil kajian) perhitungan gerhana Matahari, berdasarkan pemikiran Jean Meeus pada *Elements of Solar Eclipses*, serta pemikiran W.M. Smart pada *Textbook on Spherical Astronomy* kepada para ahli *Falak* untuk keperluan observasi gerhana Matahari.

D. Telaah Pustaka

Perhitungan gerhana matahari yang menggunakan Elemen Bessel, sangatlah banyak ditemukan pada berbagai referensi astronomi. Namun, sejauh penelusuran penulis perhitungan gerhana

matahari yang menggunakan Elemen Bessel sebagai perhitungannya, hanya ditemukan dalam referensi astronomi luar. Berbagai referensi Ilmu Falak, belum banyak yang membahas tentang peran penting Elemen Bessel pada perhitungan gerhana. Referensi Ilmu Falak, hanyalah sebatas membahas perhitungan gerhana yang menggunakan data-data Ephemeris.

Penulis terus mencari referensi yang berkaitan dengan perhitungan gerhana matahari yang menggunakan Elemen Bessel, dan akhirnya mendapatkan referensi yang berjudul “*A Manual of Spherical and Practical Astronomy*” yang ditulis oleh William Chauvenet. Buku ini menerangkan tentang perhitungan Gerhana yang menggunakan konsep astronomi bola. Namun jika dilihat, buku ini hanya menampilkan beberapa data yang informasinya sangatlah terbatas. Buku ini erupakan referensi lama, sehingga, data-data yang terdapat di dalamnya dapat dikatakan masih sangat membingungkan dan hanya sebatas memberikan data perhitungan astronomi bola. Tidak menjelaskan lebih mendalam kembali, dari mana asal, atau mengenai apa yang dimaksud dalam konstanta-konstanta data tersebut. Elemen Bessel dalam referensi ini, juga hanya sedikit disinggung dalam perhitungannya.²⁴

²⁴ William Chauvenet, *A Manual of Spherical Astronomy: Embracing (The General Problems of Spherical Astronomy, The Spherical Applications to Nautical Astronomy, and The Theory and Use of Fixed and Portable Astronomical Instruments), With an Apendix on the Method of Least Square*, (Philadelphia: J.B. Lippincott Company, 1900).

Selanjutnya, terdapat referensi yang berjudul “*Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet*” karya Peter Duffett-Smith dan Jonathan Zwart. Referensi ini menjelaskan tentang bagaimana perhitungan astronomi, termasuk juga perhitungan gerhana dalam pengaplikasiannya dalam Excel maupun kalkulator. Namun, tidak dicantumkan dari mana asalnya elemen-elemen perhitungan gerhana matahari tersebut.²⁵

Buku astronomi yang berjudul “*Prediction and Analysis of Solar Eclipse Circumstances*” yang ditulis oleh Wentworth Williams, JR., merupakan buku yang menjelaskan tentang perhitungan astronomi, yang di dalamnya juga terdapat perhitungan gerhana. Perhitungan ini menggunakan Elemen Bessel di dalamnya. Perhitungannya sangat lengkap, informasi yang diberikan pun juga sangat detail. Namun, dalam buku ini data-data yang disajikan merupakan data lama, serta perhitungannya punformasinya merupakan formasi perhitungan lama. Perhitungan menggunakan referensi ini, tidak menyalahi aturan, namun tidak dianjurkan, dikarenakan keakuratan yang dihasilkan nantinya sangatlah kurang.²⁶

Berbagai penjelasan di atas menjelaskan bahwa, perhitungan gerhana matahari yang menggunakan Elemen Bessel, banyak

²⁵ Peter Duffett-Smith dan Jonathan Zwart, *Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet*, (New York: Cambridge University Press, 2011).

²⁶ Wenworht Williams, JR., *Prediction of Analysis of Solar Eclipse Circumstances*, (Acorn Park Cambridge: Arthur D. Little, Inc., 1971).

ditemukan pada referensi astronomi yang *background*-nya merupakan referensi berbahasa asing. Referensi Ilmu Falak belum ada yang membahas mengenai perhitungan gerhana yang menggunakan sistem Elemen Bessel. Sehingga, perlu adanya penelitian untuk mengupas perhitungan gerhana matahari menggunakan beberapa referensi, yang sekiranya telah umum digunakan dalam perhitungan Falak, yakni *Elements of Solar Eclipses* serta *Textbook on Spherical Astronomy*, dimana kedua referensi tersebut merupakan narasumber data NASA (yang banyak digunakan para ahli Falak sebagai acuan dalam memperkirakan gerhana). Keduanya sama-sama menggunakan Elemen Bessel sebagai dasar perhitungannya, namun hasil yang disajikan antara keduanya sangatlah berbeda. Inilah yang menjadi fokus penelitian yang penulis lakukan.

E. Metode Penelitian

1) Jenis Penelitian

Penelitian ini termasuk ke dalam jenis penelitian kepustakaan (*library research*). Penelitian kepustakaan, yaitu penelitian yang dilaksanakan dengan menggunakan literatur (kepustakaan), baik berupa buku, catatan, serta laporan hasil penelitian dari penelitian terdahulu.²⁷

²⁷ M. Iqbal Hasan, *Pokok Pokok Materi Metodologi Penelitian & Aplikasinya*, (Bogor: Ghalia Indonesia, 2002), hlm.11.

2) Sumber Data

Adapun sumber data dalam penulisan ini, penulis melakukan penelusuran pada beberapa literatur yang berkaitan dengan penelitian penulis, yang berkaitan dengan peristiwa gerhana Matahari secara umum, baik dalam ruang lingkup sains (Astronomi) maupun yang terdapat dalam ilmu *Falak*. Kemudian, penulis juga menelusuri berbagai literatur yang berkaitan dengan perhitungan gerhana Matahari baik itu berupa sumber data, rumus dan elemen-elemen yang berkaitan dengan gerhana Matahari. Setelah semua perhitungan dasar gerhana Matahari telah terkumpul, maka perhitungan-perhitungan tersebut lebih dispesifikan kembali ke arah perhitungan yang merujuk kepada kedua sumber rujukan penulis dalam penelitian ini (yakni perhitungan yang menggunakan Elemen Bessel). Perhitungan tersebut merujuk pada referensi *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dan juga *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart.

3) Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data, penulis menelusuri beberapa literatur yang berkaitan dengan penelitian penulis, yang berkaitan dengan peristiwa gerhana Matahari secara umum, baik dalam ruang lingkup sains (Astronomi) maupun yang terdapat dalam ilmu *Falak*. Kemudian, penulis menelusuri berbagai literatur yang berkaitan dengan perhitungan gerhana

Matahari baik itu berupa sumber data, rumus dan elemen-elemen yang berkaitan dengan gerhana Matahari. Setelah semua perhitungan dasar gerhana Matahari telah terkumpul, maka perhitungan-perhitungan tersebut lebih dispesifikan kembali ke arah perhitungan yang merujuk kepada kedua sumber rujukan penulis dalam penelitian ini. Perhitungan tersebut merujuk pada referensi *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dan juga *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart.

4) Metode Analisis Data

Setelah proses pengumpulan data, kemudian dilakukan olah data, yakni dengan metode deskriptif analisis, dengan menggunakan kedua literatur utama, yang menjadi topik utama pembahasan skripsi ini, yakni *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dan juga *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart. Analisis data diarahkan untuk menjawab rumusan masalah yang telah disusun. Analisis data yang digunakan penulis adalah, *content analysis* (analisis isi), terhadap kedua sumber referensi tersebut, yang kemudian disampaikan melalui teknik deskriptif serta komparatif. Awalnya, penulis memaparkan perhitungan dari kedua sistem perhitungan tersebut (*Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dengan *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart).

Dalam perumusan perkiraan terjadinya gerhana Matahari, apabila kita merunut pada *Elements of Solar Eclipses* karya

Jean Meeus kita akan disajikan beberapa rumusan algoritma. Algoritma yang digunakan bersifat rumusan beruntut yang membutuhkan korelasi antara rumus yang sebelumnya dengan yang sesudahnya. Banyak konstanta, rumus dan simbol yang berkaitan dengan rumusan Jean Meeus yang lain. Di dalamnya, juga terdapat beberapa algoritma yang sudah ada ketetapan nilainya dalam bentuk tabel, yang tertera sesuai dengan data waktu yang dibutuhkan.

Kemudian, penjelasan dalam perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart, lebih bersifat kepada perhitungan astronomi bola. Banyak rumusan yang dihasilkan dari berbagai gambaran geometris sferis yang diterapkan ke dalam bola langit. Sebagaimana halnya Jean Meeus, perhitungannya pun menggunakan Elemen *Bessel* di dalamnya. Namun, elemen tersebut berasal dari sudut-sudut yang tercipta dari penggambaran geometris sferis.

Setelah proses pemaparan kedua sistem perhitungan tersebut, maka penulis menggunakan metode analisis komparatif, yakni membandingkan antara sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dengan *Spherical Astronomy* karya W.M. Smart dalam perhitungan gerhana Matahari. Adapun pada setiap penulisan ilmiah yang menggunakan metode penelitian studi analisis komparatif, terdapat sebuah rujukan yang dijadikan sebagai parameter

(tolok ukur) hasil dari sebuah penulisan ilmiah. Parameter tersebut dapat menentukan dan memperkuat, hasil yang lebih efektif dalam sebuah penulisan ilmiah.

Penulisan ini, menggunakan parameter yang berbasis pada data yang bersumber langsung dari NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), serta dibuktikan menggunakan aplikasi astronomi Stellarium. Keduanya, merupakan parameter dalam perbandingan antara perhitungan gerhana Matahari dalam *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus dengan *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart. Pada berbagai perhitungan astronomi, NASA merupakan sumber rujukan terbesar dan terutama, dimana data-data perhitungannya telah umum dipergunakan berbagai pihak. Berbagai penemuan dan penelitiannya juga tidak dapat diragukan lagi. Adapun aplikasi Stellarium, merupakan aplikasi yang berkonsep planetarium, yang telah memiliki lisensi dari *GNU General Public License*²⁸, dan juga telah digunakan oleh proyek MeerKAT²⁹ sebagai perangkat lunak untuk

²⁸ *GNU General Public License*, merupakan penyedia lisensi untuk perangkat lunak, yang mana menjamin para penggunanya untuk bebas menjalankan, belajar, berbagi dan memodifikasi perangkat lunak. Lisensi ini diciptakan oleh Richard Stallman dari *Free Software Foundation*. Aplikasi yang berada di bawah lisensi *GNU General Public License*, akan mendapatkan hak cipta berupa *copyleft* (hak cipta untuk perangkat lunak), dari *GPL*.

²⁹ MeerKAT (Teleskop Karoo Array), merupakan sebuah perangkat radio teleskop, yang terdiri dari 64 antenna yang sekarang telah diuji di bawah

menampilkan langit virtual, di mana titik antena pada radio teleskop berada. Sehingga, keterangan tersebut, dapat meyakinkan bahwa aplikasi Stellarium sudah tidak diagukan lagi penggunaannya sebagai simulator fenomena langit, yang hasilnya juga memiliki keakuratan yang tinggi.

F. Sistematika Penulisan

Secara garis besar, penulisan penelitian ini disusun per bab. Terdiri dari lima bab, yang di dalamnya masing-masing terdapat sub-sub pembahasan dengan berbagai permasalahan, dengan sistematika sebagai berikut:

Bab pertama yaitu pendahuluan. Bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, signifikasi dan ruang lingkup penelitian, tujuan penelitian, manfaat penelitian, kajian pustaka, kerangka teori, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab kedua yaitu, sistem perhitungan gerhana Matahari. Bab ini memaparkan tinjauan umum perihal sistem perhitungan gerhana Matahari. Hal tersebut berisikan berbagai sistem rumusan dasar, maupun beberapa elemen perhitungan yang digunakan dalam perhitungan gerhana Matahari.

Bab ketiga yaitu, sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*. Bab ini berisikan pembahasan sistem perhitungan gerhana Matahari dalam ruang lingkup sistem perhitungan yang terdapat dalam *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*. Adapun dalam sub bab pertama, yakni mengenai sistem perhitungan gerhana Matahari yang berdasarkan pada *Elements of Solar Eclipses*, baik dari elemen-elemen perhitungan dasarnya, berbagai rumusan yang ada di dalamnya dan sebagainya. Selanjutnya, pada sub bab kedua, yakni mengenai sistem perhitungan gerhana Matahari yang berdasarkan pada *Textbook on Spherical Astronomy* baik itu mengenai beberapa koreksi yang terdapat di dalamnya, maupun rumusan astronominya. Kemudian, pada sub bab berikutnya, akan dipaparkan mengenai contoh dari perhitungan gerhana Matahari yang berasal dari kedua sistem perhitungan tersebut.

Bab keempat, yaitu analisis komparatif sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*. Bab ini berisikan penjabaran analisis hasil pengkomparasian dari perhitungan yang berdasarkan pada perhitungan *Elements of Solar Eclipses* dan sistem perhitungan yang berdasarkan pada perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*. Analisis tersebut, selain dari sistem perhitungannya analisis ini juga meliputi hasil dari perhitungan yang menggunakan kedua cara

tersebut. Analisis ini juga akan menentukan hasil akurasi antar kedua sistem perhitungan tersebut.

Bab kelima, yaitu penutup. Bab ini berisikan kesimpulan dari hasil data perhitungan serta keakurasian dari kedua sistem perhitungan tersebut, serta memaparkan saran dan masukan bagi peneliti selanjutnya.

BAB II

SISTEM PERHITUNGAN GERHANA MATAHARI

A. Pengertian Gerhana Matahari

Gerhana pada dasarnya, merupakan pergerakan beberapa benda langit di dalam bidang orbit yang cenderung ke arah satu sama lainnya dan bergerak serta memotong pada sebuah titik, terutama dalam pola kejadian yang berbeda, yang disebabkan oleh satu benda yang membayangi serta melewati benda lainnya.³⁰ Sementara itu, gerhana Matahari sendiri, merupakan sebuah fenomena alam yang disebabkan oleh adanya peristiwa yang menyebabkan Matahari tertutupi oleh Bulan, baik hanya sebagian permukaan maupun secara keseluruhan permukaannya. Posisi Bulan berada tepat di antara Bumi dan Matahari yang berada pada satu garis lurus. Pada saat peristiwa ini terjadi, posisi Bulan menutupi cahaya Matahari terhadap Bumi, oleh karena itu gerhana Matahari disebut dengan istilah dalam bahasa Arab, yakni istilah “*Kusuf asy-Syams*” (كسف الشمس), yang berarti menutupi. Sedangkan, jika disebut ke dalam istilah bahasa Inggris, maka fenomena ini disebut dengan *Eclipses of the Sun* atau *Solar Eclipses*.

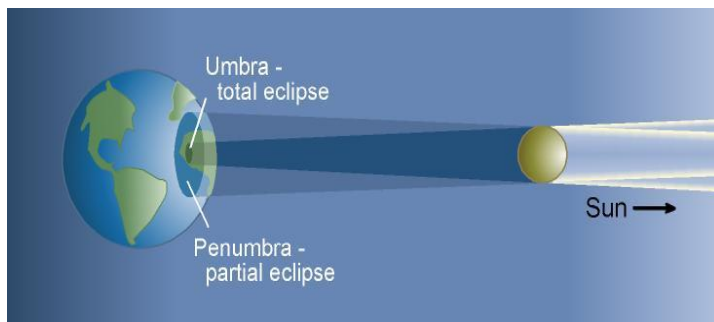
³⁰Jean Kovalevsky dan P.Kenneth Seidelmann, *Fundamentals of Astronomy*, (United Kingdom: University Press, Cambridge, 2004), hlm.314-315.

Gerhana Matahari ada tiga macam, yakni:

- a. Gerhana Matahari total atau sempurna **كل** (*kully*), yakni gerhana Matahari yang terjadi manakala antara posisi Bulan dengan Bumi pada jarak yang dekat, sehingga bayangan kerucut (umbra) Bulan menjadi panjang dan dapat menyentuh permukaan Bumi, serta Bumi-Bulan-Matahari berada pada satu garis lurus.³¹

Gambar 2.1

Skema Gerhana Matahari Total (*Total Eclipse*)



(Sumber: Astro UNL, *Astronomy Education at the University of Nibraska-Lencoln*)

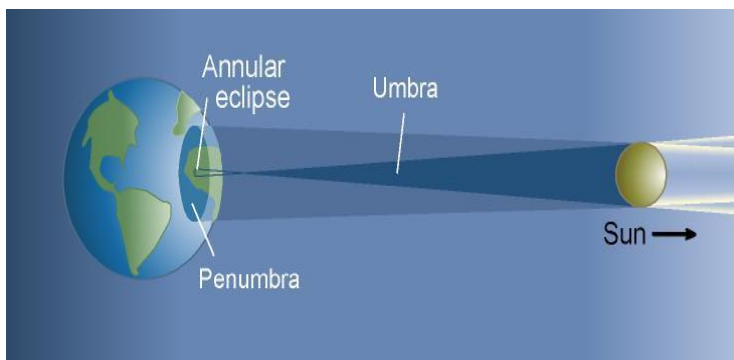
- b. Gerhana Matahari cincin atau **حلقى** (*halqy*) adalah, gerhana Matahari yang terjadi manakala posisi Bulan dengan Bumi pada jarak yang jauh, sehingga bayangan kerucut (umbra) Bulan menjadi pendek dan tidak dapat menyentuh permukaan Bumi, serta Bulan-Bumi-Matahari pada satu garis lurus. Ketika itu

³¹ Muhyiddin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, (Yogyakarta: Buana Pustaka, 2004), hlm.188.

diameter Bulan lebih kecil dibandingkan dengan diameter Matahari, sehingga terdapat bagian tepi piringan Matahari yang masih terlihat dari Bumi.³²

Gambar 2.2

Skema Gerhana Matahari Cincin (*Annular Eclipse*)



(Sumber: Astro UNL, *Astronomy Education at the University of Nibraska-Lencoln*)

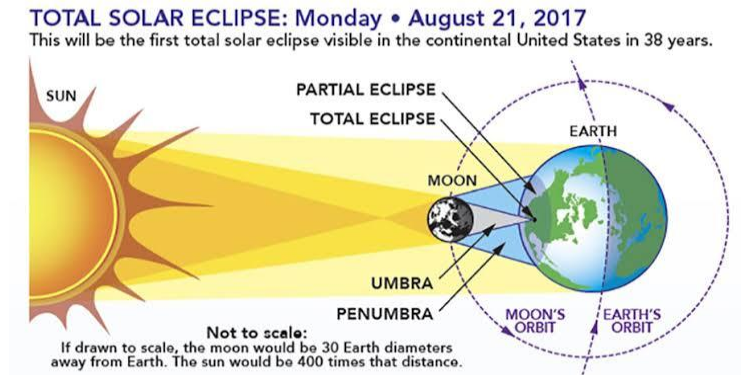
- c. Gerhana Matahari sebagian atau (بعضی) *ba`dliyy* adalah gerhana Matahari yang terjadi manakala antara posisi Bulan dengan Matahari pada jarak yang dekat, sehingga bayangan kerucut (umbra) Bulan menjadi panjang dan dapat menyentuh permukaan Bumi, tetapi Bumi-Bulan-Matahari tidak tepat pada satu garis lurus.³³

³² Muhyiddin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, (Yogyakarta: Buana Pustaka, 2004), hlm.189.

³³ Muhyiddin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, (Yogyakarta: Buana Pustaka, 2004), hlm.189.

Gambar 2.3

Skema Gerhana Matahari Sebagian (*Partial Eclipse*)



(Sumber: NASA)

Secara historis, dikenal adanya siklus Saros gerhana Bulan dan gerhana Matahari. Siklus Saros ini memberikan informasi tentang pengulangan gerhana pada arah rasi tertentu atau berdekatan dengan lokasi gerhana sebelumnya. Rata-rata satu siklus Saros gerhana sepanjang 18 tahun 11,3 hari (sekitar 6585,3 hari) atau 223 kali periode sinodis Bulan (rata-rata 29,53 hari). Melalui telaah fisik Bulan dan Matahari serta dinamika atau gerak Bulan dan Matahari, kini dapat diramalkan berlangsungnya gerhana. Pengamatan gerhana dapat direncanakan dengan lebih baik.³⁴

³⁴ Dr. Moedji Raharto, *Catatan Kuliah: (AS 3006) Dasar-Dasar Sistem Kalender Bulan dan Kalender Matahari*, (Bandung: Penerbit ITB, Maret 2009), hlm.47-48.

B. Dalil Mengenai Gerhana Matahari

- a. Hadits riwayat oleh Aisyah r.a.

إِنَّ الشَّمْسَ وَالْقَمَرَ آيَاتُ اللَّهِ عَزَّ وَجَلَّ لَا يَخْسِفَانِ
لِمَوْتِ أَحَدٍ وَلَا لِحَيَاتِهِ فَإِذَا رَأَيْتُمُوهُمَا فَزُفُّوا إِلَى الصَّلَاةِ

“Sesungguhnya Matahari dan Bulan adalah sebagian dari tanda-tanda (kekuasaan) Allah `Azza wa Jalla. Tiadalah terjadinya gerhana matahari dan Bulan itu karena matinya seseorang dan bukan juga karena hidup atau kelahiran seseorang, maka apabila kamu melihatnya, segeralah kamu melaksanakan salat.” (H.R. Bukhari dan Muslim).³⁵

- b. Qur`an Surat al-Qiyamah[75]:8-9.

وَخَسَفَ الْقَمَرُ ۖ وَجُمِعَ الشَّمْسُ وَالْقَمَرُ ۚ

“...dan telah gerhana Bulan, dan telah dihimpun Matahari dan Bulan,.....”³⁶

Apabila terjadi gerhana, baik gerhana Matahari maupun gerhana Bulan, dianjurkan oleh Rasulullah SAW agar kaum muslimin melaksanakan salat gerhana, memperbanyak doa, memperbanyak takbir dan memperbanyak shadaqah.³⁷

³⁵ KH. Ahmad Mudjab Mahalli, *Hadis-Hadis Muttafaq ‘Alaih (Bagian Ibadat)*, (Jakarta: Kencana, 2013), hlm.435.

³⁶ M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Mishbah (Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur`an)*, (Jakarta: Lentera Hati, 2002), hlm.627.

³⁷ Muhyiddin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, (Yogyakarta: Buana Pustaka, 2004), hlm.194-195.

C. Fiqh Hisab Rukyah Gerhana Matahari

Jika dilihat dari kaca mata fiqh hisab rukyah, dalam persoalan gerhana ini baik gerhana matahari maupun bulan, tidak ada nampaknya sekat atau persoalan yang terjadi antara mazhab Hisab dan mazhab Rukyah, walaupun pada dasarnya kedua madzhab ini juga terdapat dalam persoalan gerhana. Madzhab Hisab yang disimbolkan mereka yang memakai cara menghitung kapan terjadinya gerhana, dengan madzhab Rukyah yang disimbolkan dengan mereka yang menyatakan terjadi gerhana dengan cara melihatnya secara langsung. Penjelasan tersebut, memperlihatkan bahwa tidak adanya permasalahan antara kedua madzhab tersebut, dalam hal memperkirakan gerhana, bahkan tidak ada sekat di antara keduanya.³⁸

Hisab mendeteksi kapan terjadinya fenomena gerhana matahari atau bulan, ini dilakukan supaya umat Islam dapat menyelenggarakan pelaksanaan salat sunnah gerhana matahari (Salat *Kusuf as-Syams*) dan salat sunnah gerhana bulan (Salat *Khusuf al-Qamar*). Karena menurut A.Katsir, pada pertengahan kedua gerhana *kusuf/khusuf* ini ada salat sunnah diiringi dengan *khutbah* kejadian alam, pertanda ayat kebesaran Ilahi Rabbi.³⁹

³⁸ Ahmad Izzuddin, *Ilmu Falak Praktis*, (Semarang: Pustaka Rizki Putra, 2012), hlm.106.

³⁹ A.Kadir, *Formula Baru Ilmu Falak*, (Jakarta: Amzah, 2012), hlm.208.

D. Perhitungan Gerhana Matahari

Perhitungan gerhana Matahari dapat dilakukan dengan berbagai cara, salah satunya yakni dengan menggunakan data-data Ephemeris, sebagaimana yang tertera dalam langkah-langkah perhitungan berikut:

1. Memperkirakan terjadinya *ijtima`* dengan perbandingan *tarikh* (Hijriyah-Miladiah)

Tanggal 29 Jumadil Awwal 1437 Hijriah bertepatan dengan tanggal, bulan dan tahun berapa Miladiah?

Untuk menentukannya, maka harus ditetapkan secara matematis bahwa tanggal 29 Jumadi Awwal 1437 Hijriah = 1436 tahun + 4 bulan + 29 hari⁴⁰.

Jumlah 1436 tahun/30 tahun \times 1 daur = 47 daur + 26 tahun

47 daur \times 10631 hari ⁴¹	=	499657 hari
26 tahun (Hijriah)	=	9204 hari
Tahun kabisatnya	=	10 hari ⁴²
4 bulan (Hijriah)	=	118 hari
29 hari	=	<u>29 hari</u> +

⁴⁰ 1436 tahun, 4 bulan dan 29 hari, menunjukkan jumlah waktu yang telah terlampaui.

⁴¹ 10631 hari, merupakan jumlah rentang waktu 30 tahun (1 daur untuk tahun hijriah).

⁴² 10 hari, diperoleh melalui urutan tahun kabisah (yakni huruf ke-2, 5, 7, 10, 13, 15, 18, 21, 24, 26 dan 29). Sedangkan pada perhitungan tersebut, tahun 1439 terdiri atas 26 tahun, yang mana angka 26 tahun tersebut, memiliki urutan huruf ke-10.

	=	509018 hari
Tafawut ⁴³	=	<u>227016 hari</u> +
	=	736034 hari
Koreksi Paus Gregorius ⁴⁴	=	<u>13 hari</u> +
Jumlah	=	736047 hari

Bila jumlah bilangan hari ini akan dijadikan tanggal, bulan dan tahun Miladiah, maka dilakukan perhitungan berikut:

$$\begin{aligned}
 &736047 \text{ hari} / 1461 \text{ hari} \times 1 \text{ daur} = 503 \text{ daur} + 1164 \text{ hari} \\
 &503 \text{ daur} \times 4 \text{ tahun} = 2012 \text{ tahun} \\
 &1164 \text{ hari} = 3 \text{ tahun} + 69 \text{ hari} \\
 &69 \text{ hari} = \underline{2 \text{ bulan} + 9 \text{ hari}} + \\
 &\text{Jumlah} = 2015 \text{ tahun} + 2 \text{ bulan} + 9 \text{ hari}
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, tanggal 29 bulan Jumadil Awwal tahun 1437 Hijriah, bertepatan dengan tanggal 9 Maret tahun 2016 Miladiah.

2. Menentukan saat terjadinya *ijtima`* dengan data almanak Ephemeris hisab rukyat

Berdasarkan data dari almanak Ephemeris diketahui:

- FIB (terkecil) tanggal 9 Maret 2016 M = 0.00001 Pukul 02.00 GMT.

⁴³ Selisih tetap usia tarikh Miladiah dengan tarikh Hijriah.

⁴⁴ Jumlah 13 hari tersebut, merupakan jumlah hari Pra tahun 2100 Miladiah.

- b. ELM (*Ecliptic Longitude* Matahari) pada pukul 02.00 GMT
 $= 348^{\circ} 56' 14''$
- c. ALB (*Apparent Longitude* Bulan) pada pukul 02.00 GMT =
 $348^{\circ} 58' 13''$

Sabaq matahari per jam:

$$\begin{aligned} \text{ELM pada pukul 02.00 GMT} &= 348^{\circ} 55' 55.15'' \\ \text{ELM pada pukul 03.00 GMT} &= \underline{348^{\circ} 58' 25.15''} \\ \text{Selisih} &= -0^{\circ} 2' 30'' \end{aligned}$$

*Sabaq*⁴⁵ bulan per jam:

$$\begin{aligned} \text{ALB pada pukul 02.00 GMT} &= 348^{\circ} 59' 3.31'' \\ \text{ALB pada pukul 03.00 GMT} &= \underline{349^{\circ} 36' 20.87''} \\ \text{Selisih} &= -0^{\circ} 37' 17.56'' \end{aligned}$$

Saat *ijtimak* dapat dicari dengan rumus:

$$\begin{aligned} \text{Pukul FIB (GMT)} &+ \frac{\text{ELM} - \text{ALB}}{\text{SB} - \text{SM}} + 08.00 \text{ (WITA)} \\ \text{Pukul 02.00} &+ \frac{348^{\circ} 55' 55.15'' - 348^{\circ} 59' 3.31''}{0^{\circ} 37' 17.56'' - 0^{\circ} 2' 30''} + 08.00 \\ \text{Pukul 02.00} &+ \frac{-0^{\circ} 03' 8.16''}{0^{\circ} 34' 47.56''} + 08.00 \\ \text{Pukul 02.00} &+ -0^{\text{j}} 5^{\text{m}} 24.48^{\text{d}} + 08.00 = 9^{\text{j}} 54^{\text{m}} 35.52^{\text{d}} \\ \text{Jadi, saat } ijtima &\text{ pukul 09 : 54 : 35.52 WITA.} \end{aligned}$$

⁴⁵ Selisih antara data per jam.

3. Perhitungan untuk menentukan waktu terjadinya gerhana matahari total dengan data almanak Ephemeris hisab rukyat

- a. Diketahui *ijtimak* akhir Rabi`ul Akhir 1437 Hijriah terjadi pada tanggal 9 Maret 2016 M, pada pukul 09 : 54 : 35.52 WITA.
- b. Saat terjadinya gerhana matahari (*kusuf*), dapat ditentukan dengan data-data Semi Diameter Matahari ($\acute{S}d_m$), Semi Diameter Bulan ($\acute{S}d_b$), *Horizontal Parallax* Bulan ($\hat{h}p_\beta$), dan *Apparent Latitude* Bulan ($\acute{A}1_b$) dari Almanak Ephemeris yang telah diinterpolasi sebagai berikut:

$$\text{Rumus: } \frac{X - (X - Y) \times Z}{1}$$

- 1) Semi Diameter Matahari ($\acute{S}d_m$) Pukul 02.00 GMT

$$= 0^\circ 16' 06.45''$$

$$\text{Pukul 03.00 GMT} = 0^\circ 16' 06.44''$$

$$(\acute{S}d_m) = 0^\circ 16' 06.44''$$

- 2) Semi Diameter Bulan ($\acute{S}d_b$) Pukul 02.00 GMT

$$= 0^\circ 16' 33.54''$$

$$\text{Pukul 03.00 GMT} = 0^\circ 16' 33.78''$$

$$(\acute{S}d_b) = 0^\circ 16' 33.76''$$

- 3) *Horizontal Parallax* Bulan ($\hat{h}p_\beta$) Pukul 02.00 GMT

$$= 1^\circ 00' 46.27''$$

$$\text{Pukul 03.00 GMT} = 1^\circ 00' 47.16''$$

$$(\hat{h}p_b) = 1^\circ 00' 47''$$

$$\begin{aligned}
4) \text{ Apparent Latitude Bulan } (\dot{A}1_b) &= 0^\circ 15' 31.85'' \\
\text{Pukul 03.00 GMT} &= 0^\circ 12' 4.56'' \\
(\dot{A}1_b) &= 0^\circ 12' 23.24''
\end{aligned}$$

Ternyata harga $(\dot{A}1_b) = 0^\circ 12' 23.24''$, lebih kecil dari $(<)$ $1^\circ 24' 36''$, maka pasti akan terjadi gerhana.

Keterangan:

Jika harga $(\dot{A}1_b) < 1^\circ 24' 36'' =$ akan terjadi gerhana.

Jika harga $(\dot{A}1_b) > 1^\circ 24' 36'' =$ tidak akan terjadi gerhana.

Jika harga $(\dot{A}1_b) < 1^\circ 24' 36''$, harga $(\dot{A}1_b) < 1^\circ 34' 46'' =$ mungkin akan terjadi gerhana.

Adapun *Horizontal Parallax* Matahari ($\hat{h}p_\mu$) dapat diketahui dengan rumus:

$$\begin{aligned}
\text{Horizontal Parallax Matahari } (\hat{h}p_\mu) &= \sin(\hat{h}p_\mu) = \frac{\sin(\dot{S}d_m)}{109.04} \\
&= \frac{\sin(0^\circ 16' 06.44'')}{109.04} \\
&= 0^\circ 0' 8.59''
\end{aligned}$$

Sedangkan wilayah yang akan mengalami gerhana matahari tergantung dari nilai harga $\dot{A}1_b$ -nya. Jika $\dot{A}1_b$ (+) dan harganya $> 0^\circ 31'$, akan terjadi gerhana di wilayah utara khatulistiwa. Jika $\dot{A}1_b$ (-) dan harganya $> 0^\circ 31'$, akan terjadi gerhana di wilayah selatan khatulistiwa. Apabila harga mutlak $\dot{A}1_b < 0^\circ 31'$, akan terjadi gerhana di sekitar wilayah khatulistiwa.

- c. Cara menentukan awal dan akhir gerhana matahari dengan rumus bantu, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 1) \sin H &= \frac{\sin \hat{A}_{1b}}{\sin 5^\circ 09'} \\
 &= \frac{\sin 0^\circ 12' 23.24''}{\sin 5^\circ 09'} \\
 &= 0^\circ 02' 24.51''
 \end{aligned}$$

$$H = 2^\circ 18' 2.19''$$

Karena hasilnya positif (+), maka dikurangkan dengan nilai 360° , (namun apabila hasilnya negatif (-), maka hasilnya akan ditambahkan nilai 360°).

Maka,

$$\begin{aligned}
 H &= 360^\circ - 2^\circ 18' 2.19'' \\
 &= 357^\circ 41' 57.81''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \tan U &= \frac{\tan \hat{A}_{1b}}{\sin H} \\
 &= \frac{\tan 0^\circ 12' 23.24''}{\sin 357^\circ 41' 57.81''} \\
 &= -0^\circ 5' 23.15''
 \end{aligned}$$

$$U = 5^\circ 7' 45.64''^{46}$$

$$\begin{aligned}
 3) \sin Z &= \sin U \times \sin H \\
 &= \sin 5^\circ 7' 45.64'' \times \sin 357^\circ 41' 57.81'' \\
 &= -0^\circ 0' 12.92''
 \end{aligned}$$

$$Z = 0^\circ 12' 20.26''^{47}$$

⁴⁶ Hanya diambil harga mutlaknya. Maka, nilai (-) diabaikan.

⁴⁷ Seperti halnya nilai pada U, maka nilai Z juga hanya diambil harga mutlaknya saja dan mengabaikan nilai (-).

$$\begin{aligned}
4) \quad k &= \cos \hat{A}_b \times \frac{(SB-SM)}{\cos U} \\
&= \cos 0^\circ 12' 23.24'' \times \frac{(0^\circ 37' 17.56'' - 0^\circ 2' 30'')}{\cos 5^\circ 7' 45.64''} \\
&= 0^\circ 59' 59.98'' \times \frac{0^\circ 34' 47.56''}{0^\circ 59' 45.58''} \\
&= 0^\circ 59' 59.98'' \times 0^\circ 34' 55.96'' \\
&= 0^\circ 34' 55.95'' \\
5) \quad D &= \hat{h}p_\beta + \hat{S}d_m - \hat{h}p_\mu \\
&= 1^\circ 00' 47'' + 0^\circ 16' 06.44'' - 0^\circ 0' 8.59'' \\
&= 1^\circ 16' 44.85'' \\
6) \quad X &= D + \hat{S}d_b \\
&= 1^\circ 16' 44.85'' + 0^\circ 16' 33.76'' \\
&= 1^\circ 33' 18.61'' \\
7) \quad Y &= D - \hat{S}d_b \\
&= 1^\circ 16' 44.85'' - 0^\circ 16' 33.76'' \\
&= 1^\circ 0' 11.09'' \\
8) \quad \cos C &= \frac{\cos X}{\cos Z} \\
&= \frac{\cos 1^\circ 33' 18.61''}{\cos 0^\circ 12' 20.26''} \\
&= 0^\circ 59' 58.7'' \\
C &= 1^\circ 32' 29.47'' \\
9) \quad \cos E &= \frac{\cos Y}{\cos Z} \\
&= \frac{\cos 1^\circ 0' 11.09''}{\cos 0^\circ 12' 20.26''} \\
&= 0^\circ 59' 59.47'' \\
E &= 0^\circ 58' 54.41''
\end{aligned}$$

Keterangan:

Jika harga Y lebih kecil dibandingkan harga Z, maka terjadi gerhana matahari sebagian, sehingga tidak perlu untuk mencari nilai E.

$$\begin{aligned}
 10) \tau_1 &= \frac{c}{K} \\
 &= \frac{1^\circ 32' 29.47''}{0^\circ 34' 55.95''} \\
 &= 2^j 38^m 51.76^d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11) \tau_2 &= \frac{E}{K} \\
 &= \frac{0^\circ 58' 54.41''}{0^\circ 34' 55.95''} \\
 &= 1^j 41^m 10.7^d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12) t &= \sin 0.05 \times \frac{\cos H}{\sin K} \times \frac{\sin A_{1b}}{\sin K} \\
 &= \sin 0.05 \times \frac{\cos 357^\circ 41' 57.81''}{\sin 0^\circ 34' 55.95''} \times \frac{\sin 0^\circ 12' 23.24''}{\sin 0^\circ 34' 55.95''} \\
 &= 0^\circ 0' 3.14'' \times 98^\circ 20' 0.6'' \times 0^\circ 21' 16.61'' \\
 &= 0^j 01^m 49.49^d
 \end{aligned}$$

Keterangan:

Jika (+), Lintang Bulan telah mengecil (*descending node*).

Jika (-), Lintang Bulan semakin besar (*ascending node*).

Dari hasil perhitungan tersebut, dapat ditentukan waktu tengah, awal dan akhir gerhana Matahari, dengan rumus berikut:

$$\begin{aligned}
 a) \text{ Tengah Gerhana } (\tau_0) &= ijtima - t - 2.5^m \text{ (konstanta)} \\
 &= 09 : 54 : 35.52 - 0^j 01^m 49.49^d - 2.5^m \\
 &= 9^j 50^m 16.03^d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) Awal Gerhana} &= \tau_0 - \tau_1 \\
 &= 9^j 50^m 16.03^d - 2^j 38^m 51.76^d \\
 &= 7^j 11^m 24.27^d \\
 \text{c) Awal Gerhana} &= \tau_0 - \tau_2 \\
 &= 9^j 50^m 16.03^d - 1^j 41^m 10.7^d \\
 &= 8^j 9^m 5.33^d \\
 \text{d) Akhir Gerhana} &= \tau_0 + \tau_2 \\
 &= 9^j 50^m 16.03^d + 1^j 41^m 10.7^d \\
 &= 11^j 31^m 26.73^d \\
 \text{e) Akhir Gerhana} &= \tau_0 + \tau_1 \\
 &= 9^j 50^m 16.03^d + 2^j 38^m 51.76^d \\
 &= 12^j 29^m 7.79^d
 \end{aligned}$$

4. Ikhtisar waktu terjadinya gerhana matahari total (*total solar eclipse*) tanggal 9 Maret 2016

Awal gerhana total (kontak awal dengan penumbra) =
Pukul 7 : 11 : 24.27 WITA.

Awal gerhana total (kontak awal dengan umbra) = Pukul
8 : 9 : 5.33 WITA.

Pertengahan gerhana matahari total = Pukul 9 : 50 : 16.03
WITA.

Akhir gerhana total (kontak terakhir dengan umbra) =
Pukul 11 : 31 : 26.73 WITA.

Akhir gerhana total (kontak terakhir dengan penumbra) =
Pukul 12 : 29 : 7.79 WITA.⁴⁸

⁴⁸ A. Kadir, *Formula Baru Ilmu Falak (Panduan Lengkap dan Praktis)*, (Jakarta: Amzah, 2012), hlm.216-222.

BAB III
SISTEM PERHITUNGAN GERHANA MATAHARI
ELEMENTS OF SOLAR ECLIPSES* DAN *TEXTBOOK ON
SPHERICAL ASTRONOMY

Dalam bab ini, akan dibahas perhitungan gerhana Matahari menurut perhitungan Jean Meeus dalam *Elements of Solar Eclipses* dan perhitungan W.M. Smart dalam *Textbook on Spherical Astronomy*. Pembahasan lebih memfokuskan kepada penyajian data dan proses perhitungan kedua data tersebut. Pembahasan ini dibagi menjadi dua kajian penting, yakni *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*.

Dalam *Elements of Solar Eclipses*, akan dikaji terlebih dahulu mengenai pemaparan buku *Elements of Solar Eclipses* secara umum. Selain itu, akan dibahas mengenai algoritma yang dirangkai oleh Jean Meeus, dan data-data yang disajikan dalam memperkirakan terjadinya gerhana Matahari, secara umum. Selanjutnya, pada sub bab *Textbook on Spherical Astronomy* akan dipaparkan sebagaimana pemaparan sub bab sebelumnya, yakni dengan memaparkan mengenai *Textbook on Spherical Astronomy* secara umum, yang kemudian dilanjutkan dengan memaparkan sistem perhitungan yang digunakan untuk memperkirakan terjadinya gerhana Matahari.

A. Sistem Perhitungan Gerhana Matahari Jean Meeus dalam *Elements of Solar Eclipses*.

1. Tinjauan Umum *Elements of Solar Eclipse* Jean Meeus

Elements of Solar Eclipse, merupakan buku yang berisikan Elemen Bessel yang akurat untuk gerhana Matahari atau gerhana Matahari di masa mendatang, yakni dari tahun 1951 hingga 2200 A.D.⁴⁹ perhitungannya berdasarkan pada beberapa teori moderen pada konsep Matahari dan Bulan yang terdapat dalam *Bureau des longitudes* di Paris, (baik itu teori *VSOP87* maupun *ELP-2000/82*). Sehingga, dapat disimpulkan bahwa data yang terdapat dalam *Elements of Solar Eclipses* akurasiya sangatlah tinggi. Tidak tertera peta di dalamnya (yakni pada tahun 1986-2035). Sebagai gantinya, maka peta tersebut dapat dilihat pada karya Espenak.⁵⁰ Data numerik yang disajikan untuk garis sentral, rumus yang dibutuhkan untuk beberapa perhitungan, (keadaan lokal, titik garis sentral atau pada batas utara dan selatan, dan lain sebagainya), telah disediakan. Algoritma tersebut dapat dengan mudahnya dijadikan pemrograman untuk mikrokomputer, sedangkan beberapa contoh numerik yang disajikan dalam *Elements of*

⁴⁹Tahun A.D (*Anno Domini*) atau T.M. (*Tarich Masehi*), yakni satuan tahun yang dihitung sesudah lahirnya Nabi Isa.

⁵⁰Espenak (Fred Espenak), merupakan seorang Astrofisikawan Amerika. Dia dikenal melalui hasil karyanya dalam memprediksi gerhana.

Solar Eclipses dapat digunakan sebagai (pedoman) perbandingan.⁵¹

2. Sumber Informasi Data

a. Koordinat Matahari

Koordinat Matahari dibutuhkan untuk perhitungan Elemen Bessel yang ditetapkan dalam *Elements of Solar Eclipses*, yang telah diperhitungan dengan teori dasar *VSOP87*⁵² yang digagas oleh P. Bretagnon dan G. Francou, di Bureau des Longitudes, Paris, pada tahun 1987. Teori ini memberikan lintang dan bujur gerhana pada planet, dan garis radius planet-planet tersebut, sebagaimana penjumlahan pada masa periodis. Dalam perhitungan Jean Meeus, masa periodis diabaikan dengan koefisien yang lebih kecil dibandingkan dengan $0''.0005$ dalam lintang dan bujur, dan lebih kecil dari 0.000000001 Satuan Astronomis (SA) dalam garis radius.⁵³

Teori *VSOP87* terdiri atas rangkaian panjang pada masa periodis yang menggunakan perhitungan pada koordinat

⁵¹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.1.

⁵² *VSOP (Variations Séculaires des Orbites Planétaires)*, solusi analisa pada pergerakan planet yang hanya digambarkan melalui variable elips. Namun, kartesian atau variable bola lebih tepat dalam beberapa permasalahan, seperti pernyataan analisis untuk perhitungan bagian yang tampak. Analisis pada sistem nutasi, pada selisih antara TDB-TDT.

⁵³ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.3.

heliosentris pada setiap planet, yakni dari planet Merkurius hingga planet Neptunus, (yang diperkirakan 2500 masa dari Bumi). Koordinat heliosentris digunakan jika terletak dari sudut pandang Bumi, jika sebaliknya, maka menggunakan koordinat geosentris Matahari.⁵⁴

b. Nilai Radius Bulan

Untuk kontak bagian luar (kerucut penumbra pada Bulan), menggunakan nilai

$k = 0.272481$ (untuk rasio pada Bulan hingga radius ekuatorial pada Bumi). Nilai ini berhubungan pada radius rata-rata bola Bulan (*lunar globe*).

Karena gerhana Matahari tidak akan terlihat secara keseluruhan (apabila selama Matahari bersinar, menyinari lembah Bulan), memiliki nilai terkecil dibandingkan dengan nilai rata-rata konstanta k , maka digunakanlah untuk perhitungan pada kerucut umbra (fase total dan cincin), menggunakan nilai adaptasi:

$k = 0.272274$.⁵⁵

Nilai ($k = 0.272481$) untuk kerucut penumbra, dan nilai ($k = 0.272274$) untuk kerucut umbra, adalah nilai yang direkomendasikan oleh *Explanatory Supplement*. Pada tahun 1969 hingga 1980, *Astronomical Ephemeris*

⁵⁴ Gian Casalegno, *Sun Ephemeris Comparison*, hlm.1.

⁵⁵ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.4.

(Inggris) menggunakan ($k = 0.272281$) untuk menghitung radius pada umbra. Sedangkan pada tahun 1981, *Astronomical Almanak* (Amerika), menggunakan nilai ($k = 0.272488$) untuk menghitung pada areal penumbra. Kemudian, pada Bulan Agustus tahun 1982 *IAU General Assembly*⁵⁶ memberi penyelesaian untuk mengambil nilai yang sama besar, yakni ($k = 0.272508$).⁵⁷

3. Keterangan pada nilai numerik yang disajikan dalam katalog

- a. Data-data yang disajikan, mengandung beberapa elemen pada semua peristiwa gerhana Matahari yang terjadi pada tahun 1951 hingga 2200 A.D. Secara keseluruhan, pada periode 250 tahun ini, setidaknya terdapat 570 peristiwa gerhana Matahari, yang mana 366 atau 64 persennya, merupakan peristiwa gerhana Matahari total. Pada katalog yang bagian penjelasannya, telah dihasilkan secara langsung dari perhitungan komputer, yang secara otomatis tidak terdapat kesalahan di dalamnya. Setiap gerhana,

⁵⁶ *IAU (International Astronomical Units)*, merupakan sebuah perkumpulan Astronomi Internasional, yang dibentuk pada tahun 1919. Misi dari *IAU* adalah, untuk memperkenalkan serta mengawasi ilmu pengetahuan dalam bidang astronomi, pada seluruh aspek yang berhubungan dengan kerjasama internasional.

⁵⁷ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.4.

mengambil empat bagian pada daftar, yang disana terdapat sepuluh gerhana per halamannya.⁵⁸

b. Tipe Gerhana

Terdapat pada kolom pertama katalog, yang dengan secara langsung dapat diketahui karena terdapat pada bagian bawah tanggal (tahun, Bulan, hari). Simbol yang terdapat pada katalog telah digunakan oleh Oppolzer⁵⁹, sebagaimana simbol huruf r , yang mengindikasikan gerhana sebagai gerhana cincin (*ringforming*).

Berikut merupakan berbagai macam simbol yang digunakan untuk mengindikasikan berbagai macam tipe gerhana yang terjadi:

- 1) p : Gerhana Parsial
- 2) r : Gerhana Cincin (Sentral)
- 3) t : Gerhana Total (Sentral)
- 4) (r) : Gerhana Cincin (Non Sentral)
- 5) (t) : Gerhana Total (Non Sentral)
- 6) rt : Gerhana Cincin-Total

⁵⁸ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁵⁹Theodor von Oppolzer (1841-1886), merupakan ahli matematika serta Astronom yang berasal dari negara Austria. Pada tahun 1868, Oppolzer memimpin sebuah ekspedisi untuk keperluan observasi gerhana Matahari. Setelah itu, pada tahun 1887, dia menulis buku yang berjudul *Canon der Finsternisse*, yang di dalamnya berisikan tentang kompilasi 8000 gerhana Matahari serta 5200 gerhana Bulan, dari tahun 1200 SM-2161 M. Karyanya tersebut menjadikannya sebagai salah satu ilmuwan yang berprestasi akan hasil terbesar dalam bidang perhitungan, pada masa itu.

: Gerhana Sentral, Total pada sebagian kecilnya, dan Cincin pada bagian lainnya.⁶⁰

Pada kasus gerhana sentral, poros pada bayangan kerucut Bulan bersilangan dengan permukaan Bumi, sedangkan ketika gerhana yang terjadi tidaklah sentral, maka gerhana tersebut banyak terjadi pada tipe p , dan terkadang pada tipe (r) atau pada tipe (t) . Pada kasus dimana sebuah gerhana bertipe (r) atau (t) , hanya bagian kerucut umbra yang melalui permukaan Bumi. Ketika gerhana adalah gerhana sebagian, huruf p diikuti oleh nilai pada jarak terbesar pada gerhana sebagian di permukaan Bumi. Nilai itu merupakan nomor antara nilai 0 dan 1, dan cenderung diikuti oleh tiga angka desimal.⁶¹

Contoh:

Gerhana pada 3 Oktober 1986 dan pada 29 Maret 1987 merupakan gerhana cincin-total. Gerhana pada 23 September 1987 merupakan gerhana cincin, dan pada 18 Maret 1988 adalah gerhana total. Pada 19 Mei 1985, terjadi gerhana sebagian dengan jarak maksimum sebesar 0.841.⁶²

⁶⁰ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁶¹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁶² Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

c. Nilai *Gamma* (γ)

Pada kolom pertama katalog, pada baris ketiga menunjukkan jumlah γ (*Gamma*), yang mana jarak minimal dari poros pada kerucut bayangan Bulan hingga pada pusat Bumi, dalam satuan pada radius ekuatorial Bumi. Jarak ini bernilai positif maupun negatif, menurut poros pada bayangan kerucut yang melewati utara atau selatan pusat Bumi. Jika γ berkisar antara $+0.997$ dan -0.997 ⁶³, maka gerhana adalah gerhana sentral.⁶⁴

d. *Julian Day* (JDE)

Untuk mempermudah kronologi perhitungan dalam berbagai tujuan, hari astronomi (*astronomical day*) yang dimulai pada waktu siang rata-rata *Greenwich* atau pukul 12 *Universal Time*⁶⁵ untuk alasan sejarah, berturut-turut bernomor dari jangka waktu masa lampau yang cukup jauh untuk mendahului periode sejarah. Nomor yang

⁶³ Batasan nilai 0.997, bertentangan dengan penyebab pada perataan Bumi.

⁶⁴ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁶⁵ *Universal Time*, merupakan suatu ukuran pada waktu yang sesuai (dalam perkiraan yang teliti), pada rata-rata pergerakan *diurnal* Matahari dan bermanfaat sebagai dasar pada seluruh ketepatan waktu dalam ruang lingkup sipil. UT ditentukan berdasarkan observasi pada pergerakan *diurnal* bintang. UT terdiri atas tiga bagian, yakni UT0, UT1 serta UTC.

menunjukkan satu hari dalam hitungan yang terus menerus disebut *Julian Day Number* (JD).⁶⁶

Penyelesaian Julian Day dimulai dengan $JD = 0$ untuk 1 Januari -4712 pada pukul 12 UT. Tanggal diperlihatkan dalam *Julian Days* dan sebagian kecil melambangkan hari yang terlewat semenjak jaman tersebut. Secara normal, *Julian Day* dinyatakan dalam satuan *Universal Time*, namun dapat pula dinyatakan dalam bentuk satuan *Dynamical Time*⁶⁷ (waktu Epimeris), dalam bentuk menyerupai *Julian Days*. Dalam kasus yang seperti itu, JD diukur dari 12^h TD sebagai ganti dari 12^h UT, dan diatur untuk menghindari keambiguan, maka disebut dengan *Julian Epimeris Day* (JDE). JDE sesuai dengan waktu pada gerhana maksimum (ketika poros kerucut bayangan Bulan mendekati pusat Bumi), yang ditentukan pada baris pertama di kolom kedua. Nilai JDE tersebut dibulatkan hingga mendekati nilai seperseratus hari.⁶⁸

⁶⁶ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁶⁷ *Dynamical Time*, merupakan salah satu bagian dari skala waktu, yang diperkenalkan pada tahun 1984, untuk menggantikan waktu *Ephemeris* sebagai penjelasan pada teori dinamis serta Epemeris.

⁶⁸ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

e. *Lunation (k)*

Pada baris kedua dalam kolom kedua katalog, ditunjukkan nomor lunasi k . lunasi nomor ke-0, berhubungan dengan Bulan baru pada tanggal 6 Januari tahun 2000. Sebelum tahun 2000, nilai k , adalah $k < 1$. Dalam mengatur untuk mendapatkan penomoran lunasi, dilanjutkan dalam seri E.W. Brown yang mana dalam nilai k nya terdapat penambahan angka 953 untuk nilai k .⁶⁹

f. *Seri Saros*

Kolom kedua pada katalog juga terdaat nomor dari seri Saros⁷⁰, yang mana angka tersebut dimiliki setiap peristiwa gerhana. Gerhana yang memiliki nomor seri Saros ganjil, berlangsung pada *ascending node* pada orbit Bulan (satu periode Saros kemudian, bayangan pada Bulan akan lebih kearah selatan (nilai y berkurang)). Demikian pula, gerhana dengan nomor Saros genap berlangsung pada *descending node* (satu periode Saros kemudian, garis edar pada bayangan Bulan berganti arah menuju utara (nilai y berkurang)). Saros adalah periode yang terjadi pada 223 lunasi, atau 6585.3 hari, atau 18 tahun dan kurang lebih 11 hari. Setelah melalui periode tersebut, gerhana Matahari

⁶⁹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁷⁰Nomor seri Saros tersebut, diperkenalkan oleh tokoh yang bernama G.Van den Bergh.

dan gerhana Bulan berulang dengan situasi yang sama pula.⁷¹

g. Referensi Waktu (T_o)

Kolom ketiga mengandung referensi waktu T_o . Waktu ini merupakan waktu yang berbentuk bilangan bulat pada *Dynamical Time*, yang mendekati waktu gerhana maksimum. Waktu ini merupakan referensi waktu untuk elemen *Bessel* yang terdapat dalam katalog.⁷²

h. Elemen *Bessel*

Tujuh kolom terakhir pada katalog mengandung elemen *Bessel* pada setiap gerhana. Elemen *Bessel* memberikan ciri posisi geometri pada bayangan Bulan tergantung pada Bumi. Garis singgung luar hingga permukaan Matahari dan Bulan dari kerucut umbra, dan garis singgung dalam untuk kerucut penumbra. Poros yang sama pada kedua kerucut tersebut adalah poros pada bayangan tersebut. Bidang geosentris yang tegak lurus pada poros bayangan disebut bidang dasar, dan dianggap sebagai bidang XY pada sistem koordinat geosentris persegi.⁷³

⁷¹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.5.

⁷² Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.7.

⁷³ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.7.

Poros X berpotongan pada bidang dasar dengan bidang pada ekuator⁷⁴, dan tepat ke arah timur, sedangkan poros Y tepat mengarah ke utara. X dan Y merupakan koordinat pada perpotongan poros bayangan dengan bidang dasar, dalam satuan radius ekuatorial Bumi. Deklinasi d dan sudut waktu Epimeris M , pada titik bola langit mengarah ke poros bayangan yang tepat menunjukkan pada poros yang sebenarnya. Radius kerucut penumbra, pada bidang dasar dinyatakan sebagai L_1 . Sedangkan, radius kerucut umbra dinyatakan sebagai L_2 , dan bernilai positif apabila gerhana cincin, dan bernilai negatif apabila gerhana total. Sudut f_1 dan f_2 merupakan elemen sudut pada kerucut penumbra dan kerucut umbra, yang secara berurutan menurut poros bayangannya. Penyusunan nilai $X0$, $Y0$, $d0$, $M0$, $L10$ dan $L20$ yang merupakan nilai dari X , Y , d , M , $L1$ dan $L2$ pada referensi waktu T_o . Nilai lainnya merupakan koefisien yang menunjukkan fungsi pada satuan waktu. Sebagai contoh, nilai X pada setiap terjadinya gerhana terhitung dari:

$$X = X0 + X1t + X2t^2 + X3t^3$$

⁷⁴ Ekuator merupakan lingkaran besar pada permukaan bidang, yang dibentuk oleh perpotongan pada permukaan, dengan sebuah bidang yang melewati pusat tegak lurus ke arah poros rotasi.

Dimana:

t dihitung dari jam referensi T_o , yang secara langsung bernilai negatif.⁷⁵

Elemen X dan Y ditunjukkan melalui beberapa polinomial⁷⁶ pada derajat ke tiga. Sementara d , $L1$ dan $L2$ polinomial derajat kedua yang digunakan, sementara M ditunjukkan oleh fungsi linear waktu tersebut. Jumlah d dan M dinyatakan dalam bentuk derajat dan desimal. Perlu diketahui bahwa, $X1$, $M1$, dan $L10$ nilainya selalu bersifat positif. Nilai $\tan f1$ dan $\tan f2$, terletak pada kolom terakhir yang dianggap sebagai jumlah tetap selama terjadinya gerhana, dan nilainya selalu bersifat positif.⁷⁷

4. Penggunaan praktis Elemen Besel dan contoh numeriknya.

a. Perhitungan Waktu

Dalam *Elements of Solar Eclipses*, satuan waktu yang digunakan adalah Dynamical Time (TD). Dynamical Time sebelumnya disebut sebagai Epimeris Time (ET), yang merupakan satuan perataan waktu oleh hukum

⁷⁵ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.7.

⁷⁶Polinomial (suku banyak), merupakan pernyataan matematika yang banyak melibatkan jumlahan perkalian pangkat, dalam satu atau lebih variable dengan koefisien.

⁷⁷ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.7.

dinamis⁷⁸. Sedangkan satuan waktu Universal Time (UT) diperlukan dalam kehidupan sipil maupun diperlukan dalam perhitungan astronomis, yang mana satuan waktu ini didasari oleh pergerakan rotasi Bumi.⁷⁹

Kemudian, perbedaan antara satuan waktu *Barycentric Dynamical Time*⁸⁰ (TDB) dan satuan waktu *Terrestrial Dynamical Time*⁸¹ (TDT). Kedua satuan waktu tersebut dibedakan oleh jumlah detik yang berlebih, yakni sebanyak 0.0017 detik. Dalam perbedaan detik tersebut maka terdapat perbedaan pula dalam efek relativisti, yang berhubungan dengan pergerakan Bumi pada orbit elips dalam mengelilingi Matahari. Karena perbedaan yang terdapat di dalamnya sangatlah kecil, maka perbedaan tersebut diabaikan, demi berbagai kepentingan. Sehingga, referensi data waktu yang disajikan dalam *Elements of Solar Eclipses* tidak membedakan antara satuan waktu

⁷⁸ Hukum dinamis tersebut didasari oleh pergerakan planet.

⁷⁹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.9.

⁸⁰ *Barycentric Dynamical Time* (TDB), merupakan salah satu dari bagian kelompok skala waktu yang dihasilkan dari berbagai macam perubahan teori dan metrik pada teori relativitas *Terrestrial Time* (TT). TDB juga merupakan waktu koordinat, yang hanya berbeda variasi periodik dengan *Terrestrial Time*.

⁸¹ *Terrestrial Dynamic Time* (TDT), yang juga dikenal sebagai *Terrestrial Time* (TT), merupakan penjelasan dari Epemeris Geosentris. Satuan pada TT adalah detik SI (*International Sistem of Units*), atau sejumlah satu hari dalam 86400 detik SI pada sistem *geoid*.

TDB dan TDT, dan disimpulkan dalam satuan waktu *Dynamical Time* (TD). Karena pergerakan rotasi Bumi pada umumnya bergerak melambat (dan terlebih dengan adanya ketidakaturan yang tidak terprediksi), satuan waktu UT tidaklah sama. Perhitungan perbedaan $\Delta T = TD - UT$ tersebut, dapat diperhitungkan hanya melalui hasil dari observasi.⁸²

Sebagai nilai pada rotasi Bumi yang perlahan berkurang, kini satuan waktu TD lebih diutamakan dibandingkan dengan satuan waktu UT, dan rata-rata perbedaan ini akan semakin berkurang kedepannya. Hal ini menjelaskan bahwa prediksi pada berbagai macam hubungan waktu berhubungan dengan gerhana Matahari kedepannya, yang mana hanya dapat diperkirakan dengan akurasi yang tepat pada satuan *Dynamical Time*-nya. Apabila perhitungan gerhana Matahari tersebut diperhitungkan menggunakan akurasi satuan waktu *Universal Time*, maka dimungkinkan akan terjadi ketidaktepatan dalam perhitungan rotasi Bumi, yang mana akan terjadinya ketidakentuan dalam jumlah satuan detik, hingga menit. Selain itu, hal tersebut akan berdampak pula pada jumlah pasti jarak maksimum pada lokasi yang

⁸² Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.9.

diberikan, posisi garis tengah permukaan Bumi dan sebagainya bergantung pada nilai ΔT ⁸³.

b. Catatan pada Garis Lintang Geografis

Dalam *Elements of Solar Eclipses*, garis lintang diukur sebagai garis yang bernilai positif jika berada di barat, dan bernilai negatif jika berada di timur⁸⁴. **Penting untuk diketahui bahwa:**

Terdapat alat hitung yang tidak dapat menghitung fungsi trigonometri pada sebuah sudut, yang mana nilai sudut tersebut dinyatakan dalam bentuk derajat, menit dan detik. Sehingga, sebelum melakukan perhitungan ada baiknya mengubah nilai sudut tersebut menjadi bentuk derajat dan desimal. Ada pula, komputer yang tidak dapat menghitung sebuah perhitungan yang di dalamnya terdapat satuan derajat. Komputerisasi tersebut, hanya dapat melakukan

⁸³ Apabila dalam suatu waktu nilai ΔT tidaklah diketahui, maka dapat dilakukan perhitungan sebagaimana perhitungan yang didasarkan pada perkiraan.

⁸⁴ Ketentuan ini telah diikuti (digunakan) oleh banyak ahli astronomi selama lebih dari satu abad. Tidak diketahui secara pasti, mengapa sejak awal badan International Astronomical Union telah menetapkan pengukuran garis lintang pada planetografis dengan arah yang berlawanan dengan arah rotasi Bumi. namun dalam hlm ini, *Elements of Solar Eclipses* tidak mengikuti ketentuan dari IAU, namun akan tetap mempertimbangkan bahwa garis lintang bernilai positif.

perhitungannya jika nilai yang diperhitungkan di dalamnya menggunakan satuan radian (rad).⁸⁵

Sehingga, untuk mengubah satuan derajat ke radian, maka nilai tersebut dikalikan dengan:

$$\frac{\pi}{180} \text{ atau dengan konstanta } 0.017453292520$$

5. Metode Perhitungan

a. Menghitung Elemen *Bessel*

Data-data dan perhitungan Elemen *Bessel*, sebagaimana yang telah dipaparkan dalam sub bab sebelumnya, yakni terdiri atas:

$X, Y, d, M, L2, X', Y', \omega, p, b, c, y_1, b_1, b_2$, kemudian $B, H, \sin \Phi_1, \Phi, \lambda, L2', a, n$, Durasi, $\sin h, h, K^2$, Lebar Lintasan dan Rasio A (sudut radius Bulan-Matahari).

Berikut merupakan perhitungan Elemen *Bessel*:

- 1) Nilai t (TD) yang diberikan dalam perhitungan ini, dinyatakan dalam jam dari referensi waktu T_o , yang dihitung menggunakan elemen *Bessel* X, Y, d, M dan $L2$ dari formula:

$$\begin{aligned} \text{a) } X &= X0 + X1t + X2t^2 + X3t^3. \\ \text{b) } Y &= Y0 + Y1t + Y2t^2 + Y3t^3. \\ \text{c) } d &= d0 + d1t + d2t^2. \end{aligned}$$

⁸⁵ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.10-11.

$$d) \quad M = M0 + M1t.$$

$$e) \quad L2 = L20 + L21t + L22t^2.^{86}$$

Perhitungan perbedaan tiap jamnya:

$$f) \quad X' = X1 + 2X2t + 3X3t^2.$$

$$g) \quad Y' = Y1 + 2Y2t + 3Y3t^2.^{87}$$

Kemudian hitung;

$$h) \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{1-0.006694385\cos^2 d}}$$

$$i) \quad p = \frac{M1}{57.2957795}$$

$$j) \quad b = Y' - pX \sin d$$

$$k) \quad c = X' + pY \sin d$$

$$l) \quad y_1 = \omega Y$$

$$m) \quad b_1 = \omega \sin d$$

$$n) \quad b_2 = 0.99664719 \omega \cos d$$

$$o) \quad B = \sqrt{1 - X^2 - y_1^2} > 0$$

Jika nilai B tidak muncul, maka tidak akan terjadi gerhana sentral.⁸⁸

2) Φ_1 dan sudut waktu H

$$a) \quad \cos \Phi_1 \sin H = X.$$

$$b) \quad \begin{aligned} \cos \Phi_1 \cos H &= B b_2 - y_1 b_1 \text{ (sudut waktu).} \\ \sin \Phi_1 &= B b_1 + y_1 b_2 \text{ (nilai } \Phi).^{89} \end{aligned}$$

⁸⁶ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.11.

⁸⁷ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.11.

⁸⁸ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.11-12.

3) Bujur Geografis Φ dan Lintang λ

- a) $\tan \Phi = 1.00336409 \tan \Phi_1$
 b) $\lambda = M - H - 1.0027379 \Delta T^{90}$

Jika kita ingat kembali, bahwa satu detik pada satuan jam (waktu), sama dengan 15 detik pada satuan busur, atau 0.00416667° , sehingga kita memiliki formula,

$$\lambda = M - H - 0.00417807 \Delta T$$

Dimana:

- i. M dan H dinyatakan dalam derajat.
- ii. ΔT dinyatakan dalam satuan waktu detik.⁹¹

4) Durasi pada Gerhana total atau Gerhana Cincin pada Lokasi

a) $L2' = L2 - B \tan f_2.$

Jika nilai $L2'$ bernilai negatif, maka yang akan terjadi adalah gerhana total sedangkan, jika nilai $L2'$ bernilai positif maka yang akan terjadi adalah gerhana cincin.

b) $a = c - pB \cos d.$
 c) $n = \sqrt{a^2 + b^2} > 0.$

⁸⁹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

⁹⁰ Dimana ΔT merupakan selisih dari TD – UT.

⁹¹ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

$$d) \text{ Durasi} = 7200 \frac{L2'}{n} (\text{detik}).^{92}$$

5) Tinggi Matahari h pada Gerhana Sentral

$$\sin h = \sin d \sin \Phi + \cos d \cos \Phi \cos H.^{93}$$

6) Lebar Garis Edar pada Fase Gerhana Total atau Cincin

$$a) K^2 = B^2 + \frac{(Xa + Yb)^2}{n^2}$$

$$b) \text{ Lebar} = \frac{12756 |L2'|}{K} (\text{kilometer})$$

Formula yang terakhir ini, tidaklah begitu tepat, kecuali jika posisi Matahari berada pada titik rendah, maka formula ini akan menghasilkan perhitungan yang sangat tepat. Pelebaran ini tegak lurus dengan arah pergerakan bayangan permukaan Bumi. dengan kata lain, pelebaran ini diukur berdasarkan tempat di setiap titik garis sentral.⁹⁴

7) Rasio A pada Diameter Bulan yang Tampak hingga Diameter Matahari

$$A = \frac{L1' - L2'}{L1' + L2'} \text{ dimana } L1' = L10 + L11t + L12t^2 - B \tan f_1.^{95}$$

⁹² Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

⁹³ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

⁹⁴ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

⁹⁵ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses 1951-2200*, (United of States America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.13.

B. Sistem Perhitungan Gerhana Matahari W.M. Smart dalam *Textbook on Spherical Astronomy*

1. Tinjauan Umum *Textbook on Spherical Astronomy* W.M. Smart

Perhitungan dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, menggunakan sistem astronomi bola atau astronomi posisional, yang mana keduanya merupakan cabang dari ilmu astronomi yang digunakan untuk menjabarkan lokasi pada objek yang terletak dalam bola langit. Elemen terpenting pada astronomi bola adalah sistem koordinat dan waktu. Koordinat objek langit yang telah tercantum, menggunakan sistem koordinat equatorial, yang berdasarkan pada proyeksi ekuator Bumi terhadap bola langit. Posisi sebuah obyek dalam sistem ini disebutkan dalam beberapa istilah seperti asensio rekta (α) dan deklinasi (δ). Bujur dan waktu local dapat digunakan untuk memperoleh posisi objek dalam sistem koordinat horizontal⁹⁶, yang terdiri atas *altitude*⁹⁷ dan *azimuth*.⁹⁸

Koordinat pada objek langit seperti halnya bintang dan sejumlah galaksi terkumpul dalam sebuah catalog bintang, yang

⁹⁶ Lingkaran besar di antara zenith dan nadir, atau lingkaran besar yang terbentuk oleh pertemuan bola langit dengan bidang tegak lurus pada garis dari pengamat ke zenith.

⁹⁷ Sudut dari horizon sepanjang lingkaran vertical yang mencapai ke obyek.

⁹⁸ Sudut dari titik utara pada horizon searah jarum jam hingga ke dasar lingkaran vertical melalui obyek.

memberikan posisi objek tersebut dalam waktu-waktu tertentu.⁹⁹

Mengenai *Textbook on Spherical Astronomy*, dipaparkan bahwa buku ini berdasarkan kuliah yang diberikan tiap tahun dalam Universitas Cambridge dan dalam mata kuliah persamaan pada pelajaran Astronomi terapan dalam observatorium. Perubahan baru dalam almanak (dalam berbagai hal), mempengaruhi posisi pada catatan lama sebagai rujukan informasi dalam praktek mutakhir, dan karya yang sekarang ini diharapkan akan mengisi perbedaan yang disebabkan oleh perkembangan zaman moderen. Dalam penambahan masalah waktu astronomi bola, buku ini berisikan beberapa diskusi dasar dalam beberapa subjek penting, seperti halnya koordinat heliografis, pergerakan yang tepat, penentuan posisi pada permukaan laut, penggunaan fotografi dalam ukuran astronomi yang tepat serta orbit bintang ganda, dan seluruh hal yang berkaitan dengan masalah ini.¹⁰⁰

Dalam aplikasi numerik, menggunakan almanak tahun 1931, yang mengikuti rekomendasi pada *International Astronomical Union* (Persatuan Astronomi Internasional), namun terdapat beberapa modifikasi yang dilakukan demi

⁹⁹ https://en.m.wikipedia.org/wiki/Spherical_astronomy, diakses pada hari Rabu, 18 Juli 2018 pukul 23:00.

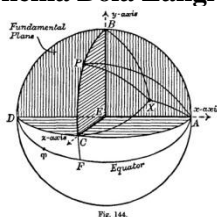
¹⁰⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.V.

menghindari kesukaran ataupun salah konsep dalam memahami sebuah materi (permasalahan). Seperti halnya, sudut pada *stellar parallax* (paralaks bintang)¹⁰¹, yang ditunjukkan dengan simbol Π dibandingkan dengan simbol π yang mana para pelajar (mahasiswa) telah terbiasa untuk menggunakannya, terutama saat pelajaran matematika yang terdapat dalam sifat lingkaran.¹⁰²

2. Metode Perhitungan

a. Elemen Bessel

Gambar 3.1
Skema Bola Langit



(Sumber: *Textbook on Spherical Astronomy*)

¹⁰¹ *Stellar Parallax* (Paralaks bintang), merupakan metode untuk mengukur jarak bintang. Hal ini dihitung melalui pergeseran yang tampak pada bintang dalam kurun waktu satu tahun.

¹⁰² Perbedaan simbol Π antara π dengan Π adalah, jika simbol Π adalah versi *uppercase* (huruf kapital), maka simbol π merupakan versi *lowercase* (huruf kecil). Seperti halnya penulisan huruf dalam bahasa Latin, huruf dalam bahasa Yunani juga dibedakan atas dua macam huruf (simbol), yakni yang disebut dengan *upper* dan *lowercase*. Namun, meski pada intinya sama-sama merupakan simbol Π , jika dalam ilmu matematika maka akan memiliki makna yang berbeda. Jika simbol Π , memiliki fungsi sebagai *product*, yakni sebagai hasil dari sebuah perkalian. Sedangkan simbol π , memiliki fungsi sebagai kelompok dasar, momentum konjugasi, grup homotop, fungsi utama perhitungan serta proyeksi.

Metode yang digunakan dalam memprediksikan gerhana sejalan dengan okultasi¹⁰³ bintang pada gerhana. Melintasi pusat Bumi E , sebuah garis EC tergambar sejajar dengan garis lurus terhubung pada Bulan dan Matahari dan bertemu sebuah lingkaran, berpusat pada titik E , di titik C . EC merupakan poros- z dan bidang DBA (yang terarsir), pada EC yang normal pada titik E merupakan bidang dasar (*fundamental plane*). Jika P adalah kutub utara langit, bidang pada lingkaran besar yang melewati titik C dan P memotong bidang dasar pada garis EB . Adapun EA dan EB merupakan poros x dan y secara berurutan.¹⁰⁴

- 1) Elemen x , y dan d . Ambil (α, δ) untuk asensio rekta dan deklinasi pada Matahari, serta (α_1, δ_1) sama dengan titik koordinat Bulan. (α, d) menjadi asensio rekta dan deklinasi pada titik C dalam lingkaran. (x, y, z) menjadi titik koordinat Matahari, dengan acuan penjelasan beberapa poros, dalam istilah jarak ekuatorial Bumi sebagai sebuah kesatuan.¹⁰⁵

¹⁰³ Okultasi merupakan efek pengaburan pada salah satu benda langit, oleh benda langit lainnya yang memiliki diameter lebih besar. Jika sumber utama cahaya pada bayangan benda terpotong oleh okultasi, maka fenomena ini disebut juga sebagai peristiwa gerhana.

¹⁰⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.390-391.

¹⁰⁵ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391.

Maka jika X adalah posisi Matahari pada lingkaran:

$$x = r \cos AX, y = r \cos BX, z = r \cos CX \dots (4)$$

Dimana:

r menjadi jarak geosentris Matahari.

Kini, A merupakan kutub pada garis CPB dan karena itulah menjadi sebuah ekuator. Maka, $PA = 90^\circ$, $FA = 90^\circ$. Karena asensio rekta pada A adalah $90^\circ + a$, maka $X\dot{P}A = 90^\circ + a - a$. Sebagaimana $PX = 90^\circ - \delta$, dari keterangan (4), menggunakan rumus cosinus:

$$x = r \cos \delta \sin (\alpha - a) \dots (5)$$

Dalam segitiga PBX , $BP = d$. Juga, semenjak $A\dot{P}B = 90^\circ$, $X\dot{P}B = 180^\circ + \alpha - a$, maka:

$$y = r [\sin \delta \cos d - \cos \delta \sin d \cos (\alpha - a)] \dots (6)$$

Dalam segitiga PCX , $PC = 90^\circ - d$, $PX = 90^\circ - \delta$ dan $X\dot{P}C = \alpha - a$, maka:

$$z = r [\sin \delta \sin d + \cos \delta \cos d \cos (\alpha - a)] \dots (7)$$

Melalui cara yang sama, didapati hubungan bilangan untuk Bulan:

$$x_1 = r_1 \cos \delta_1 \sin (\alpha_1 - a),$$

$$y_1 = r_1 [\sin \delta_1 \cos d - \cos \delta_1 \sin d \cos (\alpha_1 - a)]$$

$$z_1 = r_1 [\sin \delta_1 \sin d + \cos \delta_1 \cos d \cos (\alpha_1 - a)]$$

Tetapi, karena poros-z sejajar dengan garis yang terhubung dengan pusat pada Matahari dan Bulan, maka:

$$x = x_1, y = y_1.$$

Koordinat (x,y) atau (x_1, y_1) , merupakan koordinat pada pusat bayangan dalam bidang dasar. Karenanya,

$$r \cos \delta \sin (\alpha - a) = r_1 \cos \delta_1 \sin (\alpha_1 - a) \dots (8)$$

$$r [\sin \delta \cos d - \cos \delta \sin d \cos (\alpha - a)] = r_1 [\sin \delta_1 \cos d - \cos \delta_1 \sin d \cos (\alpha_1 - a)] \dots (9)$$

Pada beberapa perhitungan, nilai r , r_1 , α , δ , α_1 dan δ_1 dapat dianggap telah diketahui; rumus (8) dan (9), sehingga memungkinkan untuk menghitung a dan d . Rumus ini dapat dimasukkan ke dalam bentuk yang lebih mudah, sejak atau pada waktu terdekat terjadinya gerhana, α dan δ sedikit berbeda dari α_1 dan δ_1 secara berturut-turut. Maka:

$$\frac{r_1}{r} = b \dots (10).$$

Yang mana dapat pula ditulis sebagai:

$$b = \frac{\sin P}{\sin P_1} \dots (11).$$

Dari *penjelasan* tersebut, maka $1/r = \sin P$ dan $1/r_1 = \sin P_1$. Sehingga, b dapat dihitung kapanpun. Nilai b ini merupakan jumlah kecil yang jumlahnya kurang lebih 1/400. Tulisan $[\alpha_1 - a + (\alpha - a)]$ untuk $(\alpha_1 - a)$ pada rumus (8) dan diperluas, maka akan ditemukan:

$$\sin (\alpha - a) \{1 - b \sec \delta \cos \delta_1 \cos (\alpha_1 - a)\} = b \sec \delta \cos \delta_1 \cos (\alpha - a) \sin (\alpha_1 - a).$$

atau, cukup dengan akurasi,

$$a = \alpha - \frac{b \sec \delta \cos \delta_1}{1-b} (\alpha_1 - a) \dots\dots(12)$$

Dengan cara yang sama, dari rumus ke (9), maka:

$$d = \delta - \frac{b}{1-b} (\delta_1 - \delta) \dots\dots\dots(13)$$

Perhitungan pada nilai a dan d dibuat pada jarak waktu per jam. Sebagai tambahan, variasi x' , y' (per jam) pada koordinat (x,y) pada pusat bayangan wajib adanya namun, dengan mudah didapatkan melalui perbedaan pada susunan nilai tabel x dan y pada Astronomi Epimeris (*Astronomical Epimeris*).¹⁰⁶

- 2) Elemen μ . Untuk beberapa *meridian*¹⁰⁷ sudut waktu pada C , merupakan sudut waktu pada *vernal equinox*¹⁰⁸, tidak sebanyak pada asensio rekta titik C . dalam keterangan, jika μ menunjukkan sudut waktu pada titik C untuk *meridian* Epimeris ketika waktu sideris Epimeris adalah G , maka $\mu = G - \alpha$.

Oleh karena itu, α dapat ditemukan dari perhitungan ke-(12), nilai pada μ dapat dihitung pada saat

¹⁰⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391-392.

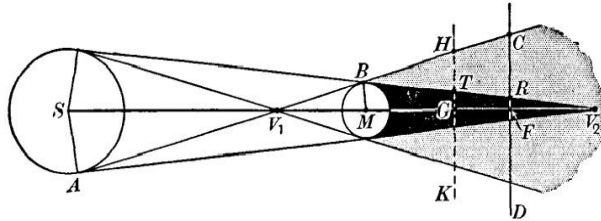
¹⁰⁷ *Meridian*, merupakan lingkaran besar yang melewati kutub langit dan melewati titik *zenith* pada suatu lokasi di Bumi. Dalam observasi planet, suatu *meridian* tersebut merupakan setengah bagian dari lingkaran besar yang melewati kutub planet tersebut, dan melewati beberapa lokasi pada planet.

¹⁰⁸ *Vernal Equinox*, merupakan titik perpotongan yang terjadi pada saat Matahari bergerak dari langit bagian selatan, ke arah langit bagian utara, yakni pada titik Aries (tepatnya pada tanggal 21 Maret).

itu juga. Begitu juga pada nilai μ' (variasi pada μ per jam) dapat ditemukan dengan proses yang lebih mudah.¹⁰⁹

3) Elemen f_1 dan f_2

Gambar 3.2
Skema Posisi Matahari dan Bulan
saat Gerhana Matahari



(Sumber: *Textbook on Spherical Astronomy*)

Menjadikan garis CD sebagai bagian pada bidang dasar dengan bidang pada gambar tersebut. Pertimbangan pertama, kerucut penumbra dengan puncak pada V_1 . f_1 menunjukkan sudut AV_1S atau FV_1C . R menjadi radius garis pada Matahari dan k menjadi radius garis pada Bulan. Maka,

$$\sin f_1 = \frac{R}{SV_1} = \frac{k}{V_1M} = \frac{R+k}{SM}$$

Tetapi, selama beberapa fase pada gerhana, $SM = r - r_1$, dengan akurasi yang cukup. Oleh karenanya, menggunakan perhitungan ke-(10),

¹⁰⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

$$\sin f_1 = \frac{R+k}{r(1-b)} \dots\dots(14)$$

Dalam perhitungan ke-(14), hitungan $(R + k)$ adalah konstan, menjadi penjumlahan pada radius garis Matahari dan Bulan. Menunjuk sudut semi-vertikal BV_2M , pada kerucut umbra yakni f_2 , diperoleh dengan cara yang sama,

$$\sin f_2 = \frac{R-k}{r(1-b)} \dots\dots(15)$$

Sudut f_1 dan f_2 sangat mudah dihitung dengan menggunakan perhitungan ke-(14) dan (15).¹¹⁰

- 4) Elemen L_1 dan L_2 . Jika melihat pada gambar, maka MF merupakan koordinat z pada pusat Bulan, dengan menunjuk kepada poros yang telah digambarkan. Oleh karena itu, $MF = z_1$. Begitu juga dengan $V_1M = k \operatorname{cosec} f_1$. V_1F menyatakan koordinat- z pada puncak kerucut penumbra oleh c_1 , maka:

$$c_1 = z_1 + k \operatorname{cosec} f_1 \dots\dots(16)$$

Begitu pula, jika c_2 menyatakan koordinat- z pada puncak kerucut umbra, maka:

$$c_2 = z_1 - k \operatorname{cosec} f_2 \dots\dots(17)$$

¹¹⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

Dalam setiap contoh, c_1 dan c_2 merupakan nilai yang bersifat aljabar¹¹¹ yang diukur secara jelas dalam fungsi \overline{FM} (arah positif pada poros-z).

Misalkan l_1 dan l_2 menyatakan jari-jari pada lingkaran di mana kerucut penumbra dan umbra berpotongan pada bidang dasar. Maka:

$$l_1 = FC = c_1 \tan f_1 \text{ dan } l_2 = FR = c_2 \tan f_2 \dots\dots(18).$$

Atau, menggunakan cara perhitungan ke-(16) dan (17),

$$l_1 = z_1 \tan f_1 + k \sec f_1 \dots\dots(19).$$

$$l_2 = z_1 \tan f_2 - k \sec f_2 \dots\dots(20).$$

Rumus ke-(19) dan (20) memungkinkan nilai numerik pada l_1 dan l_2 untuk diperhitungkan.

Nilai x , y , $\sin d$, $\cos d$, μ , l_1 dan l_2 disebut sebagai elemen Bessel pada gerhana. Nilai-nilai tersebut merupakan hitungan pertama pada jarak setiap jam dan tersusun pada jeda 10 menit dalam Epimeris Astronomis. Satu nilai juga cenderung pada nilai $\tan f_1$, $\tan f_2$, μ dan d , selama nilai-nilai tersebut konstan, dengan dibutuhkan ketelitian di dalamnya.¹¹²

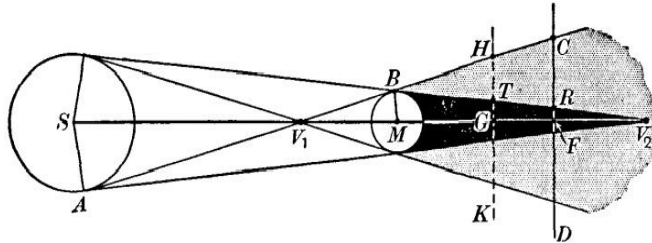
¹¹¹ *Aljabar*, (dari bahasa Arab “*al-jabr*”, yang berarti “pengumpulan bagian yang rusak”), merupakan salah satu bidang dari ilmu matematika yang luas, bersama dengan teori bilangan, geometri dan analisis. *Aljabar* juga merupakan ilmu yang mempelajari berbagai simbol dalam matematika.

¹¹² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393-394.

b. Perhitungan Gerhana pada Tiap Tempat

Gambar 3.3

Skema Gerhana Matahari Tiap Tempat



(Sumber: *Textbook on Spherical Astronomy*)

Pada Gambar 3.8, misalkan garis KH menjadi titik potong pada bidang, yang melalui pengamat yang sejajar dengan bidang dasar. (ξ, η, ζ) menjadi koordinat pada titik pengamat (dalam waktu kapanpun), dengan referensi poros dasar. Sehingga, bidang KH disebut $z = \zeta$. Mengingat jari-jari pada lingkaran bidang $z = \zeta$, yang ditentukan oleh perpotongan pada bidang ini dengan kerucut penumbra dan umbra, dan perkiraan L_1 dan L_2 menjadi jari-jari secara berturut-turut.

Maka, dalam gambar $L_1 = GH$ dan $L_2 = GT$. Maka, karena $FG = \zeta$, maka:

$$L_1 = (c_1 - \zeta) \tan f_1,$$

$$L_2 = (c_2 - \zeta) \tan f_2,$$

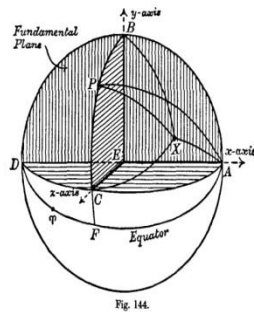
Atau, menggunakan rumus ke-(18):

$$L_1 = l_1 - \zeta \tan f_1 \dots (21),$$

$$L_2 = l_2 - \zeta \tan f_2 \dots (22).^{113}$$

L_1 selalu bernilai positif. Karena c_2 telah digunakan dalam fungsi aljabar, L_2 bernilai negatif ketika puncak V_2 pada kerucut umbra terletak (sebagaimana pada gambar) di tepat pada titik G . Hal ini merupakan kondisi geometris bahwa beberapa area pada permukaan Bumi dapat berada dalam kerucut umbra. Sehingga, beberapa pengamat khusus pada jarak ζ dari bidang dasar, sebuah syarat untuk gerhana total adalah L_2 , dihitung dengan menggunakan rumus ke-(22), akan menjadi nilai yang bersifat negatif. Sementara itu, Φ' dan ρ merupakan garis lintang geosentris dan jarak pengamat, serta λ merupakan garis bujur barat pada *Greenwich*.¹¹⁴

Gambar 3.4
Skema Bola Langit



(Sumber: *Textbook on Spherical Astronomy*)

¹¹³ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

¹¹⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394-395.

Dalam Gambar 1.9, X mewakili *zenith*¹¹⁵ geosentris pengamat pada bola langit. Maka:

$$\xi = \rho \cos AX, \eta = \rho \cos BX, \zeta = \rho \cos CX \dots\dots(23).$$

PX merupakan *meridian* pada pengamat dan karena μ adalah sudut waktu Epimeris pada C pada pengamat, maka h mengatakan bahwa,

$$XPC = \mu - \lambda - 1.0027\Delta T.$$

Maka, $X\hat{P}A = 90^\circ - h$. Begitu pula, $PX = 90^\circ - \Phi'$.

Rumus ke-(23), mengaplikasikan rumus cosinus untuk segitiga APX ,

$$\xi = \rho \cos \Phi' \sin h \dots\dots\dots(24).$$

Sama halnya dengan,

$$\eta = \rho [\sin \Phi' \cos d - \cos \Phi' \sin d \cos h] \dots\dots(25),$$

$$\zeta = \rho [\sin \Phi' \sin d + \cos \Phi' \cos d \cos h] \dots\dots(26).$$

Variasi ξ' , η' dan ζ' per jam dalam nilai ξ , η dan ζ telah diperhitungkan. Contoh,

$$\xi' = \mu' \rho \cos \Phi' \cos h,$$

dimana, μ' merupakan variasi pada μ per jam.

Nilai pada ξ , η dan ζ biasanya dihitung untuk diambil waktu pada koneksi, maka dengan rata-rata pada nilai perhitungan ξ' , η' dan ζ' , nilai pada ξ , η dan ζ didapatkan pada jarak waktu sepuluh menit. Nilai pada L_1 dan L_2

¹¹⁵*Zenith*, merupakan titik perpotongan antara garis vertikal yang melalui seseorang, dengan *meridian* pada bola langit bagian atas.

dapat diperoleh dari rumus ke-(21) dan (22) pada saat yang tepat.

Ketika fase parsial tepat akan memulai atau berakhir, pengamat berada pada batas kerucut penumbra dan jaraknya dari poros bayangan adalah L_1 (jari-jari pada lingkaran di mana $z = \zeta$ memotong kerucut penumbra. Tetapi pusat pada lingkaran ini mempunyai koordinat (x,y) dan koordinat pengamatnya adalah (ξ,η) , yang keduanya saling berhubungan pada potongan bidang $z = \zeta$.

Sehingga, syarat yang dibutuhkan adalah:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = L_1^2 \dots\dots(27).$$

Begitu pula, dengan kondisi pada awal atau akhir gerhana total yang perlu diperhatikan, adalah

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = L_2^2 \dots\dots(28).^{116}$$

T merupakan waktu Epimeris yang sesuai, yang mendekati waktu pada gerhana total dan $T + t$ menjadi waktu Epimeris yang sesuai pada permulaan (atau akhir) pada saat terjadinya gerhana total. x_o, y_o menjadi nilai pada titik koordinat x,y pada waktu T , dan ξ_o, η_o berhubungan dengan titik pengamat. Maka pada waktu $T+t, t$ dinyatakan dalam satuan jam,

$$x = x_o + x't, y = y_o + y't, \xi = \xi_o + \xi't, \eta = \eta_o + \eta't.$$

¹¹⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395-396.

Pada rumus ke-(22), karena f_2 merupakan sudut kecil, nilai pada $\zeta \tan f_2$ pada waktu $T + t$ tidak akan ada perbedaan yang cukup besar dari nilai ini pada waktu T , begitu pula dengan l_2 akan berubah menjadi sangat lambat. Sehingga, rumus tersebut cukup untuk digunakan, dalam rumus tersebut nilai pada L_2 diperhitungkan untuk waktu T .

Maka, untuk awal atau akhir fase total (atau pada fase cincin):

$$[x_o - \xi_o + t(x' - \xi')]^2 + [y_o - \eta_o + t(y' - \eta')]^2 = L_2^2 \dots (29).$$

Seluruh nilai L_2, x_o, \dots, η' telah diketahui, rumus ke-(29) merupakan sebuah persamaan kuadrat dalam t , dimana akan memberikan jeda antara permulaan dan akhir pada saat terjadinya gerhana total.

Jumlah nilai pembantu m, M, n dan N yang ditentukan pada:

$$m \sin M = x_o - \xi_o, \quad m \cos M = y_o - \eta_o \dots (30),$$

$$n \sin N = x' - \xi' \quad n \cos N = y' - \eta' \dots (31).$$

Sebagaimana $\tan M = (x_o - \xi_o)/(y_o - \eta_o)$, yang terdapat dua nilai pada M , dengan selisih 180° , yang mana dapat dipenuhi dengan rumus ke-(30). Dengan mengambil m sebagai akar kuadrat positif pada $[(x_o - \xi_o)^2 + (y_o - \eta_o)^2]$, dan memilih mana nilai pada M yang akan diberikan kepada $\sin M$ yang mana nilainya (positif atau negatif)

sama dengan $(x_o - \xi_o)$. Tata cara perhitungan untuk n dan N juga sama.¹¹⁷ Secara geometris, m dan M menjelaskan jarak dan posisi sudut pada poros bayangan yang terhubung dengan pengamat. Adapun n dan N , dengan cara yang sama menjelaskan magnitudo dan arah pada pusat bayangan yang terhubung dengan pengamat.

Dengan memasukkan rumus ke-(30), (31) dalam rumus ke-(29), diperoleh rumus:

$$n^2 t^2 + 2mnt \cos(M - N) + m^2 - L_2^2 = 0 \dots\dots(32).$$

Dua akar pada persamaan ini memberikan awal dan akhir pada gerhana total.

Sebuah sudut Ψ didefinisikan sebagai berikut:

$$L_2 \sin \Psi = m \sin(M - N) \dots\dots(33).$$

Rumus ke-(33) memberikan dua nilai pada Ψ .

Dalam rumus ke-(32) terdapat rumus,

$$n^2 t^2 + 2mnt \cos(M - N) + m^2 \cos^2(M - N) = L_2^2 - m^2 + m^2 \cos^2(M - N) = L_2^2 \cos^2 \Psi \text{ dari rumus ke-(33).}$$

$$\text{Sehingga, } t = -\frac{m}{n} \cos(M - N) \pm \frac{L_2 \cos \Psi}{n} \dots\dots(34).^{118}$$

¹¹⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

¹¹⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396-397.

Jika τ merupakan nilai numerik pada $\frac{L_2 \cos \psi}{n}$, awal pada gerhana total terdapat pada waktu Epimeris $\left(T - \frac{m}{n} \cos \overline{M - N} - \tau\right)$ dan akhir pada gerhana total waktu Epimeris adalah $\left(T - \frac{m}{n} \cos \overline{M - N} + \tau\right)$. Durasi pada gerhana total adalah 2τ . Untuk beberapa alasan, hasil ini tidaklah cukup akurat.

Misalkan T_1 menjadi perkiraan waktu pada awal gerhana total. Hitung rumus ke-(34) untuk T_1 . Sebagaimana sebelumnya, akan terdapat dua akar pada rumus ke-(34), yang satu menunjukkan awal waktu dan yang lainnya untuk akhir waktu fase total. Jika τ_1 sesuai dengan perhitungan yang sebelumnya, awal waktu gerhana total pada waktu Epimeris adalah:

$$T_1 - \frac{m_1}{n_1} \cos (M_1 - N_1) - \tau_1,$$

Dimana τ_1 merupakan nilai numerik pada $\frac{L_2 \cos \psi}{n}$ yang dihitung untuk T_1 , dan tulisan yang berada di bawah garis menunjukkan nilai pada m, n, M, N pada T_1 .

Sementara itu, T_2 menjadi perkiraan waktu pada akhir gerhana total. Melalui cara yang sama, maka akhir pada fase total dalam waktu Epimeris adalah:

$$T_2 - \frac{m_2}{n_2} \cos (M_2 - N_2) + \tau_2,$$

Dimana tulisan yang berada di bawah garis menunjukkan kepada nilai pada m , n , M , N pada T_2 . Perbedaan di antara perhitungan waktu memberikan durasi pada gerhana total.¹¹⁹

Jika Ψ_1 , Ψ_2 merupakan nilai pada Ψ saat awal dan akhir gerhana total, kuadran pada sudut ini didefinisikan sebagai berikut (yang didasarkan pada dua nilai kemungkinan pada Ψ yang terdapat pada rumus ke-(33)):

- 1) Awal pada fase total, kuadran $\cos \Psi_1$ bernilai positif.
- 2) Akhir pada fase total, kuadran $\cos \Psi_2$ bernilai negatif.
- 3) Perhitungan dapat diulang, dengan memilih nilai yang lebih akurat pada T .
- 4) Pada almanak, fenomena gerhana dihitung dengan metode terdahulu.¹²⁰

C. Contoh Hasil Perhitungan Gerhana Matahari Menggunakan Algoritma *Elements of Solar Eclipses* Jean Meeus dan Algoritma *Textbook on Spherical Astronomy*

1. Hasil Perhitungan Gerhana Matahari pada 10 Mei 1994

a. Berdasarkan Algoritma *Elements of Solar Eclipses*¹²¹

¹¹⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.397.

¹²⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.397-398.

¹²¹ Lihat pada Lampiran I.

Tabel 3.1

Hasil Perhitungan Waktu Gerhana Matahari*Elements of Solar Eclipses*

Hasil **Jean Meeus (Ms.Excel 2007)**

Waktu Gerhana	16° 26'59" GMT
Jenis Gerhana	CINCIN

- b. Berdasarkan Algoritma *Textbook on Spherical Astronomy*

Tabel 3.2

Hasil Perhitungan Waktu Gerhana Matahari*Textbook on Spherical Astronomy*¹²²

Hasil *Textbook on Spherical
Astronomy*

Awal Waktu Gerhana	15° 23'56,68" GMT
Jenis Gerhana	CINCIN

¹²² Lihat pada Lampiran V.

2. Hasil Perhitungan Gerhana Matahari pada 9 Maret 2016

a. Berdasarkan Algoritma *Elements of Solar Eclipses*¹²³

Tabel 3.3

Hasil Perhitungan Waktu Gerhana

Elements of Solar Eclipses

Hasil Jean Meeus (Ms.Excel 2007)

Waktu Gerhana	0° 21'36" GMT
Jenis Gerhana	TOTAL

b. Berdasarkan Algoritma *Textbook on Spherical Astronomy*

Tabel 3.4

Hasil Perhitungan

*Textbook on Spherical Astronomy*¹²⁴

Hasil *Textbook on Spherical Astronomy*

Awal Waktu Gerhana	23° 47'46,22" GMT
Jenis Gerhana	TOTAL

¹²³ Lihat pada Lampiran III.

¹²⁴ Lihat Pada lampiran VI.

Keterangan:

- Nilai (+) atau (-) pada Lintang maupun Bujur, menunjukkan arah mata angin yang dihasilkan dari perhitungan. Pada Bujur, nilai (+) menunjukkan pada arah Bujur Timur (BT), sedangkan nilai (-) menunjukkan pada arah Bujur Barat (BB). Adapun dalam Lintang, nilai (+) menunjukkan pada arah Lintang Utara (LU), sebaliknya nilai (-) menunjukkan pada arah Lintang Selatan (LS).
- Hasil Perhitungan berdasarkan perhitungan pada data-data yang tertera dalam Algoritma *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*, yang diterapkan pada *Software Microsoft Excel 2007*¹²⁵.

¹²⁵ Lihat Pada Lampiran I dan Lampiran III.

BAB IV
ANALISIS KOMPARATIF SISTEM PERHITUNGAN GERHANA
MATAHARI *ELEMENTS OF SOLAR ECLIPSES* DAN *TEXTBOOK*
ON SPHERICAL ASTRONOMY

A. Analisis Perbandingan Hasil Sistem Perhitungan Gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*.

Pada bab sebelumnya, telah dijelaskan mengenai sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*, dan disertai pula hasil perhitungan dari keduanya. Dari kedua sistem perhitungan tersebut, ditemukan beberapa perbedaan, di antaranya sebagai berikut:

1. Pada *Elements of Solar Eclipses*, semua data-data telah dipersiapkan dalam bentuk katalog. Seluruh data Elemen Bessel ($X_0, \dots, \tan f_2$), telah tercantum berikut rinciannya. Sedangkan dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, seluruh data Elemen Bessel masih dalam bentuk sistem perhitungan data, yang harus dihitung secara manual terlebih dahulu. Selain itu, Elemen Bessel yang digunakan menggunakan dasar perhitungan trigonometri terlebih dahulu.
2. Elemen Bessel pada *Elements Solar Eclipses* berupa (x, y, δ, μ dan L_2). Sedangkan Elemen Bessel pada *Textbook on Spherical Astronomy* berupa ($x, y, \sin \delta, \cos \delta, \mu, l_1$ dan l_2).
3. Pada *Elements of Solar Eclipses*, data Lintang dan Bujur merupakan hasil perhitungan data Elemen Bessel, sehingga dari

awal, tidak diperlukan *input* data Lintang dan Bujur. Sedangkan pada *Textbook on Spherical Astronomy*, data Lintang dan Bujur harus di *input* terlebih dahulu, dan termasuk dari bagian sistem perhitungan. Selain itu, diperlukan data Lintang dan Bujur Geosentris, yang mana kedua data tersebut merupakan data yang bersifat *sferis*, mengingat sistem Elemen Bessel pada *Textbook on Spherical Astronomy* merupakan *Bessel Spherical Functions*.

Seperti halnya pada contoh perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* pada tanggal 10 Mei 1994 berikut,

Tabel 4.1
Perhitungan Lintang dan Bujur pada
***Elements of Solar Eclipses*¹²⁶**

Data	Perhitungan	Hasil
<i>fail</i>	$\sin^{-1}(B \times b_1 + y_1 \times b_2)$	0,61338925
$\tan \Phi$	$1,00336409 \times \tan(0,61338925)$	0,70634395
Φ	$\tanh 0,70634395$	$35^{\circ} 14' 07''$ U
Λ	$HA + (0,00417807 \times \Delta T) - \mu$ $(-32,52596^{\circ})$ + $(0,00417807 \times 60) -$ 67,9041983	$100^{\circ} 10' 46''$ B

¹²⁶Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses*, (United States of America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

Sedangkan pada contoh perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, selain membutuhkan Lintang (Φ) dan Bujur (λ) geografis, juga menggunakan data Lintang Geosentris (Φ'), seperti contoh perhitungan berikut:

$$\Phi' = \tan \Phi' : 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi. ^{127}$$

dimana,

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{2f - f^2} ^{128} \\ &= \sqrt{(2 \times 0^\circ 0' 12,07'') - (0^\circ 0' 12,07'')^2} \\ &= \sqrt{0^\circ 0' 24,14'' - 0^\circ 0' 00,04''} \\ &= 0^\circ 04' 54,75'', ^{129} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{a^{130}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi}}. ^{131} \\ &= \frac{637855,137}{\sqrt{1 - (0^\circ 04' 54,75'')^2 \sin^2 (35^\circ 14' 07'')}} \\ &= \frac{6378,137}{\sqrt{1 - 0^\circ 00' 24,13'' \times 0^\circ 19' 58,28''}} \\ &= \frac{6378,137}{0^\circ 59' 55,98''} \\ &= 6385,267215. \end{aligned}$$

¹²⁷ James R. Clynych, *Geodetic Coordinate Conversions*, (Naval Postgraduate, 2002), hlm.1.

¹²⁸ George H. Born, *Geodetic and Geocentric Latitude*, hlm.2.

¹²⁹ e , merupakan nilai eksentrisitas, yang dihasilkan dari rumus akar kuadran perkalian f atau *flattening (ellipticity)*, di mana $f = \frac{a}{a-b}$ ($b = 6356.752/\text{jari-jari kutub}$), untuk WGS-84.

¹³⁰ a merupakan jari-jari ekuator.

¹³¹ James R. Clynych, *Geodetic Coordinate Conversions*, (Naval Postgraduate, 2002), hlm.1.

Sehingga, lintang geosentris nya adalah:

$$\begin{aligned}
 \Phi' &= 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi. \\
 &= 1 - (0^\circ 04' 54,75'')^2 \times \frac{6385,267215}{6385,267215 + (-239^\circ 10' 13,04'')} \times \\
 &\quad \tan(35^\circ 14' 07'') \\
 &= 1 - 0^\circ 00' 24,13'' \times (-0^\circ 00' 15,05'') \times 0^\circ 42' 22,84'' \\
 \tan \Phi' &= 1^\circ 0' 0,7'' \\
 \Phi' &= 45^\circ 0' 20,05''.
 \end{aligned}$$

Jika kita lihat seksama, maka Lintang Geografis (Φ) digunakan seagai *input* data untuk perhitungan Lintang Geosentris (Φ'). Maka, nilai lintang tersebut haruslah diketahui terlebih dahulu, dan bukannya sebagai hasil perhitungan data.

4. Pada *Elements of Solar Eclipses*, tidak banyak memerlukan informasi data Epemeris. Sedangkan pada *Textbook on Spherical Astronomy*, memerlukan data-data Epemeris di dalamnya. Misalnya, data Deklinasi (δ) Matahari dalam *Elements of Solar Eclipses*, merupakan hasil dari perhitungan Elemen Bessel (d0, d1, dan d2). Sedangkan data Deklinasi (δ) Matahari pada *Textbook on Spherical Astronomy* diperoleh melalui data-data Epemeris berdasarkan tahun terjadinya gerhana tersebut. Selain itu, dalam *Textbook on Spherical Astronomy* tidak hanya memerlukan deklinasi (δ) Matahari, namun juga deklinasi (δ) pada Bulan.

Perhitungan dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, tidak hanya membutuhkan deklinasi (δ) Matahari dan Bulan, namun juga membutuhkan data deklinasi pada salah satu titik bola langit, yang diperoleh melalui:

$$d = \delta - \frac{b}{1-b} (\delta_1 - \delta)$$

5. Pada *Elements of Solar Eclipses*, waktu gerhana termasuk pada salah satu data *input*. Sedangkan pada *Textbook on Spherical Astronomy*, waktu gerhana merupakan hasil dari perhitungan algoritma Elemen Bessel.
6. Perhitungan waktu terjadinya gerhana pada *Elements of Solar Eclipses*, hanya menampilkan waktu pada saat terjadinya gerhana sentral saja (tepat pada saat kontak gerhana telah terjadi). Sedangkan perhitungan waktu gerhana pada *Textbook on Spherical Astronomy*, menampilkan waktu awal atau akhir terjadinya gerhana. Keduanya, disajikan dalam bentuk waktu Epemeris (GMT).

Perlu untuk diketahui, waktu gerhana dalam *Elements of Solar Eclipses* merupakan data *input*, sedangkan waktu gerhana pada *Textbook on Spherical Astronomy* merupakan hasil dari perhitungan data.

Dari beberapa inti perbedaan di atas, maka tidak heran apabila hasil dari kedua perhitungan tersebut menghasilkan nilai serta waktu gerhana yang berbeda pula, seperti pada tabel di bawah ini:

Tabel 4.2

**Perbandingan hasil perhitungan waktu gerhana Matahari
Elements of Solar Eclipses dan *Textbook on Spherical Astronomy*.**

Waktu Gerhana	<i>Elements of Solar Eclipses</i>	<i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	Selisih
10 Mei 1994	16° 26'59" GMT	16° 24'48,85" GMT ¹³²	0° 2' 10,15"
9 Maret 2016	0° 21'36" GMT	0° 22'2,28" GMT ¹³³	0° 0' 26,28"

Dari tabel di atas, beberapa perbedaan hasil perhitungan gerhana Matahari antara *Elements of Solar Eclipses* dengan *Textbook on Spherical Astronomy*, berkisar 2 menit untuk hasil perhitungan gerhana Matahari pada tanggal 10 Mei 1994. Hasil perhitungan waktu gerhana dari *Textbook on Spherical Astronomy* 2 menit 10,15 detik lebih cepat dari waktu gerhana hasil perhitungan *Elements of Solar Eclipses*. Adapun pada hasil perhitungan gerhana Matahari tanggal 9 Maret 2016, perhitungan waktu gerhana *Elements of Solar Eclipses* lebih cepat 26,28 detik dari hasil perhitungan waktu gerhana *Textbook on Spherical Astronomy*.

Perbedaan tersebut dapat terjadi, disebabkan dari data Elemen Bessel yang digunakan, seperti yang terlihat pada tabel berikut:

¹³² Lihat pada Lampiran VII.

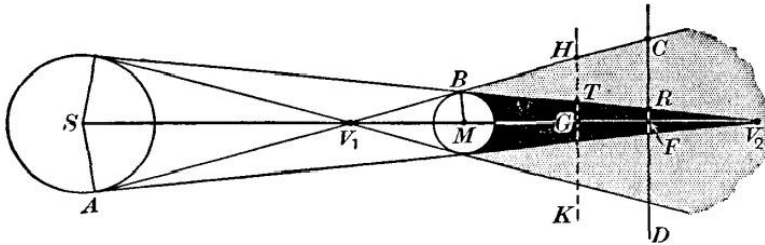
¹³³ Lihat pada Lampiran VII.

Tabel 4.3
Perbedaan penggunaan data Elemen Bessel

Data	<i>Elements of Solar Eclipses</i>		Data	<i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	
	10 Mei 1994	9 Maret 2016		10 Mei 1994	9 Maret 2016
<i>X</i>	-0° 26' 22,79"	-0° 57' 15,38"	<i>X</i>	-0° 0' 05,06"	-0° 0' 55,93"
<i>Y</i>	0° 20' 13,41"	-0° 01' 30,85"	<i>Y</i>	0° 0' 03,91"	0° 0' 57,65"
Δ	17° 41' 30.51"	-4° 24' 19,64"	$\sin \delta$	-0° 05' 33,82"	0° 17' 58,94"
<i>M</i>	67° 54' 15,11"	183° 03' 11,59"	$\cos \delta$	0° 59' 44,49"	0° 57' 14,52"
<i>L₂</i>	0° 01' 14,5"	-0° 0' 25,73"	<i>M</i>	-179° 00' 24,53"	-183° 32' 33,31"
			<i>l₁</i>	-0° 14' 45,22"	0° 18' 11,48"
			<i>l₂</i>	-0° 16' 33,59"	-0° 14' 40,65"

Jika nilai L_2 dalam *Elements of Solar Eclipses* merupakan salah satu Elemen Bessel, maka dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, nilai L_2 merupakan garis radius pada kerucut umbra, seperti yang tertera pada gambar berikut:

Gambar 4.1
Skema Gerhana Matahari



(Sumber: *Textbook on Spherical Astronomy*)

Adapun nilai L_2 pada *Textbook on Spherical Astronomy* diperoleh melalui perhitungan sebagai berikut:

$$L_2 = l_2 - \zeta \tan f_2. \quad ^{134}$$

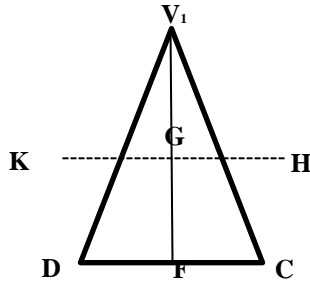
Dimana nilai ζ merupakan jari-jari pada bidang KH yang disebut z , diperoleh melalui perhitungan:

$$KH = CD$$

Gunakan segitiga DV_1C ,

¹³⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

Gambar 4.2
Segitiga DV_1C



Diketahui:

$$V_1C = 0^\circ 31'20,29''.$$

$$V_1F = 0^\circ 27'09,39''$$

Maka sisi FC adalah:

$$\begin{aligned} FC &= \sqrt{V_1C^2 - V_1F^2} \\ &= \sqrt{(0^\circ 31'20,29'')^2 - (0^\circ 27'09,39'')^2} \\ &= \sqrt{0^\circ 16'22,08'' - 0^\circ 12' 17,48''} \\ &= \sqrt{0^\circ 04'04,6''} \end{aligned}$$

$$FC = 0^\circ 15'38,38''$$

Sehingga karena $FC=DF$, maka:

$$\begin{aligned} CD &= (0^\circ 15'38,38'')^2 \\ &= 0^\circ 04'04,6'' \end{aligned}$$

Dari perhitungan di atas, telah diketahui bahwa nilai CD adalah $0^\circ 04'04,6''$. Maka, dapat disimpulkan bahwa panjang sisi

KH adalah sama besarnya dengan sisi CD , dikarenakan garis KH dengan CD adalah sejajar.

$$KH (\zeta) = 0^\circ 04' 04,6''.$$

Setelah mendapatkan nilai ζ , maka nilai L_2 dapat dicari menggunakan rumus:

$$\begin{aligned} L_2 &= l_2 - \zeta \tan f_2 \\ &= (-0^\circ 14' 40,65'') - (0^\circ 04' 04,6'' \times (\tan 1^\circ 04' 10,5'')) \\ &= (-0^\circ 14' 40,65'') - 0^\circ 00' 04,57'' \\ L_2 &= -0^\circ 14' 45,22''. \end{aligned}$$

Tabel 4.4

Nilai selisih pada data Elemen Bessel yang digunakan dalam perhitungan gerhana Matahari pada *Elemen of Solar Eclipses*

Data	Nilai Selisih	
	10 Mei 1994	9 Maret 2016
X	$-0^\circ 26' 17,73''$	$-0^\circ 56' 19,45''$
Y	$0^\circ 20' 09,5''$	$-0^\circ 02' 28,5''$
Δ	$0^\circ 11' 25,04''$	$0^\circ 0' 21,46''$
M	$246^\circ 54' 39,64''$	$366^\circ 35' 44,9''$

Pada dasarnya, dalam menghitung gerhana Matahari pada algoritma *Elements of Solar Eclipses*, cukup menggunakan data-data yang telah tersedia, seperti dalam tabel berikut ini:

Tabel 4.5
Data dasar Elemen Bessel *Elements of Solar Eclipses*
pada tanggal 10 Mei 1994¹³⁵ dan 9 Maret 2016¹³⁶

Tanggal Tipe	JDE k Saros	T _o	X0 X1 X2 X3	Y0 Y1 Y2 Y3	d0 d1 d2	M0 M1	L20 L21 L22
10 05 94 R	2449483,2 -70 128	17	(-) 0,173367 0,4990629 0,0000296 (-) 0,00000563	0,383484 0,0869393 (-) 0,0001183 (-) 0,00000092	17,68613 0,010642 (-) 0,0000004	75,90923 15,001621	0,020679 (-) 0,0000317 (-) 0,0000097
Tanggal Tipe	JDE k Saros	T _o	X0 X1 X2 X3	Y0 Y1 Y2 Y3	d0 d1 d2	M0 M1	L20 L21 L22
09 0316 T	2457456,58 200 130	2	(-) 0,062417 0,5502769 0,0000047 (-) 0,00000906	0,253690 0,1721233 0,0000171 (-) 0,00000275	(-) 4,37971 0,015886 0,000001	207,37216 15,003971	(-) 0,007227 (-) 0,0000700 (-) 0,0000127

Sehingga, pada perhitungannya pun tidak memerlukan tambahan data lainnya. Hanya sekedar memasukkan data-data di atas ke dalam rumus, yang kemudian nantinya menghasilkan data Elemen Bessel.

¹³⁵ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses*, (United States of America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.56.

¹³⁶ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses*, (United States of America: Willman-Bell, Inc., 1989), hlm.61.

Sedangkan, dalam perhitungan Elemen Bessel *Textbook on Spherical Astronomy*, data-data dasarnya menggunakan data-data Epemeris, seperti yang terdapat dalam tabel berikut:

Tabel 4.6

Data dasar Elemen Bessel *Textbook on Spherical Astronomy* pada tanggal 10 Mei 1994¹³⁷ dan 9 Maret 2016¹³⁸

10 Mei 1994							
x dan y		$\sin d$ $\cos d$		μ		l_1 l_2	
r	1° 00' 36"	D	17° 26' 23,5	G	-	z_1	0° 1'
d	17° 26' 23,53			132° 15' 1,8 8"		k	56,95"
	0° 14' 42,6						
δ	17° 30' 5,47"			a	46° 45' 22,6	f_1	30° 21' 39,1"
a	46° 45' 22,65					f_2	1° 04' 10,5"
α	46° 39' 49,78						
9 Maret 2016							

¹³⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391-394.

¹³⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

x dan y		$\sin d$ $\cos d$		μ		l_1 l_2	
r	$1^{\circ} 00' 36''$	D	$-$ $5^{\circ} 19' 13,99$	G	$167^{\circ} 05' 22,$ $53''$	z_1	$0^{\circ} \quad 5'$ $32,69''$
d	$-$ $5^{\circ} 19' 13,99$					k	$0^{\circ} 16' 33,07$
δ	$-4^{\circ} \quad 24'$ $41,1''$						
a	$350^{\circ} 37'$ $55,84''$			a	$350^{\circ} 37' 55,$ $84''$	f_1	$32^{\circ} \quad 42'$ $16,67''$
α	$349^{\circ} \quad 44'$ $53,38''$					f_2	$-0^{\circ} \quad 25'$ $9,76''$

Keterangan:

r = jarak Bumi-Matahari (1 AU). α = asensio rekta pada Matahari.

d = deklinasi pada titik C¹³⁹. G = waktu sideris Epemeris.

δ = deklinasi Matahari. z_1 = koordinat pada pusat Bulan.

a = asensio rekta pada titik C. k = radius pada Bulan.

f_1 = sudut AV_1S ¹⁴⁰ (kerucut penumbra) f_2 = sudut BV_2M (kerucut daerah umbra)

¹³⁹ Titik C yang dimaksudkan adalah sebuah titik koordinat pada bola langit. Lihat pada Lampiran V dan VI.

¹⁴⁰ Lihat pada Gambar Lampiran V dan VI.

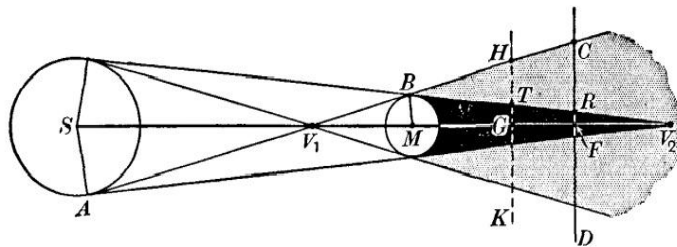
Jika kita perhatikan, dari segi data-data *input* nya, telah memiliki perbedaan yang sangat signifikan. Seperti halnya data-data *Textbook on Spherical Astronomy* yang terdapat dalam tabel tersebut, yang memperlihatkan bahwa *Textbook on Spherical Astronomy* lebih membutuhkan perhitungan yang lebih rinci. *Textbook on Spherical Astronomy* menggunakan rumus yang lebih spesifik ke arah trigonometri bola. Menggunakan beberapa fungsi trigonometri (*sin*, *cos* dan *tan*), yang mana sebelumnya juga menggunakan perhitungan *pythagoras*.

Sebagai contoh, dalam mencari nilai l_1 dan l_2 (pada tanggal 10 Mei 1994), harus melakukan perhitungan pitagoras sebagai berikut:

$$l_1 = z_1 \tan f_1 + k \sec f_1 \dots\dots(19).$$

$$l_2 = z_2 \tan f_2 + k \sec f_2 \dots\dots(20).$$

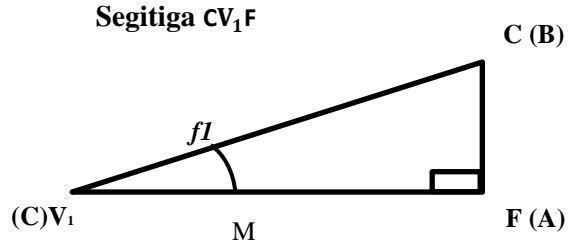
Gambar 4.3
Skema Gerhana Matahari



(Sumber: *Textbook on Spherical Astromony*)

Titik z merupakan titik koordinat pada garis MF pada gambar. Dikarenakan nilai titik z belum diketahui, maka titik z dicari dengan menggunakan rumus trigonometri, sebagaimana perhitungan berikut:

Gambar 4.4



Keterangan:

$$V_1M = k \csc f_1$$

f_1 = Sudut puncak kerucut daerah penumbra

MF = Garis titik koordinat z

Sehingga, untuk mencari z (MF), terlebih dahulu mencari sisi V_1C (a), dikarenakan sisi a telah memiliki besaran sudut, yakni 90° .

Untuk mencari sisi a , maka menggunakan persamaan sinus:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{0^\circ 16' 6,48''}{\sin 32^\circ 42' 16,67''}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{0^\circ 16' 6,48''}{0^\circ 32' 25,11''}$$

$$V_1C (a) = 0^\circ 29' 48,76''.$$

Setelah menemukan panjang sisi V_1C , maka selanjutnya adalah mencari sisi V_1F (b), menggunakan rumus trigonometri sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 b &= \sqrt{a^2 - c^2} \\
 &= \sqrt{(0^\circ 29' 48,76'')^2 - (0^\circ 16' 6,48'')^2} \\
 &= \sqrt{0^\circ 14' 48,8'' - 0^\circ 04' 19,47''} \\
 b &= 0^\circ 25' 05,19''
 \end{aligned}$$

Setelah mengetahui panjang sisi V_1F , maka selanjutnya sisi MF (titik koordinat z), dapat dihitung dengan perhitungan:

$$\begin{aligned}
 V_1F &= V_1M + MF \\
 0^\circ 25' 05,19'' &= k \csc f_1 + MF \\
 0^\circ 25' 05,19'' &= (0^\circ 16' 33,02'' \times (\csc(32^\circ 42' 16,67''))) + MF \\
 0^\circ 25' 05,19'' &= 0^\circ 30' 37,88'' + MF \\
 0^\circ 25' 05,19'' - 0^\circ 30' 37,88'' &= MF \\
 - 0^\circ 05' 32,69'' &= MF.
 \end{aligned}$$

Dari penjelasan tersebut, telah diketahui bahwa nilai dari titik koordinat z adalah:

- $0^\circ 5' 32,69''$. Namun, koordinat z (MF) tersebut, diukur dalam fungsi \overrightarrow{FM} , yang berarti bahwa garis (titik koordinat) tersebut, memiliki nilai dengan arah positif. Maka, hasil tersebut menjadi,
 $z(z_1) = 0^\circ 5' 32,69''$.

Mencari nilai koordinat z pada puncak kerucut penumbra:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= z_1 + k \operatorname{cosec} f_1 \dots\dots(16).^{141} \\
 &= 0^\circ 5' 32,69'' + (0^\circ 16' 33,02'' \times (\operatorname{csc}(32^\circ 42' 16,67'')))) \\
 &= 0^\circ 5' 32,69'' + 0^\circ 30' 37,88'' \\
 \mathbf{c_1} &= \mathbf{0^\circ 36' 10,57''}
 \end{aligned}$$

Sedangkan nilai koordinat z pada puncak kerucut umbra:

$$\begin{aligned}
 c_2 &= z_1 - k \operatorname{cosec} f_2 \dots\dots(17).^{142} \\
 &= 0^\circ 5' 32,69'' - (0^\circ 16' 33,02'' \times (\operatorname{csc}(-0^\circ 25' 9,76'')))) \\
 &= 0^\circ 5' 32,69'' - (-37^\circ 41' 08,52'') \\
 \mathbf{c_2} &= \mathbf{37^\circ 46' 41,21''}
 \end{aligned}$$

Mencari nilai l_1 dan l_2 (sebagai jari-jari pada lingkaran di mana kerucut penumbra dan umbra berpotongan pada bidang dasar), menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= z_1 \tan f_1 + k \sec f_1^{143} \\
 &= (0^\circ 5' 32,69'' \times \tan 32^\circ 42' 16,67'') + (0^\circ 16' 33,02'' \times \\
 &\quad (\sec(32^\circ 42' 16,67'')))) \\
 &= 0^\circ 3' 33,62'' + 0^\circ 19' 40,11'' \\
 \mathbf{l_1} &= \mathbf{0^\circ 23' 13,73''}
 \end{aligned}$$

$$l_2 = z_1 \tan f_2 - k \sec f_2. ^{144}$$

¹⁴¹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

¹⁴² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

¹⁴³ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

$$\begin{aligned}
&= (0^\circ 5' 32,69'' \times \tan(-0^\circ 25' 9,76'')) - (0^\circ 16' 33,02'' \times \\
&\quad \sec((-0^\circ 25' 9,76''))) \\
&= -0^\circ 0' 2,44'' - 0^\circ 16' 33,05'' \\
\mathbf{l_2} &= \mathbf{-0^\circ 16' 35,49''}.
\end{aligned}$$

Jika kita lihat pada metode perhitungan di atas, maka terlihat jelas bahwa metode yang digunakan dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, memerlukan beberapa fungsi trigonometri (*sin*, *cos* dan *tan*), serta membutuhkan bantuan skema *phytagoras* dalam mencari suatu nilai pada jarak atau lambang tertentu.

Jenis gerhana pada perhitungan ditentukan oleh L_2 . Dalam *Elements of Solar Eclipses* dinyatakan bahwa, jika nilai L_2 negatif maka gerhana Matahari yang akan terjadi adalah gerhana total. Sebaliknya, jika nilai L_2 adalah positif, maka gerhana Matahari yang akan terjadi adalah gerhana cincin.¹⁴⁵ Sebagaimana pada contoh perhitungan gerhana Matahari pada tanggal 9 Maret 2016, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
L_2' &= L_2 - B \tan f_2 \\
&= (-0,0071469) - 0,2978615 \times \tan 0,00469 \\
&= -0,0085424. \text{ (hasilnya adalah negatif, maka gerhana} \\
&\quad \text{yang akan terjadi adalah gerhana total).}
\end{aligned}$$

¹⁴⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

¹⁴⁵ Jean Meeus, *Elements of Solar Eclipses*, (United States of America: Wellman-Bell, Inc., 1989), hlm.12.

Sementara itu, perhitungan nilai L_2 dalam gerhana Matahari pada *Textbook on Spherical Astronomy*, sebagaimana pada contoh perhitungan pada tanggal 10 Mei 1994:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = L_2^2 \cdot^{146}$$

Dimana,

(x, y) = titik koordinat kartesian pada pusat lingkaran.

(ξ, η) = titik koordinat pengamat.

Sehingga, perhitungannya adalah:

$$((-1523,081909) - 4064763292)^2 + (4845,703746 - 4122588014)^2 = L_2^2 \cdot$$

$$\sqrt{1,6522313 \times 10^{19} + 1,699569198 \times 10^{19}} = L_2 \cdot$$

$$5789473636 = L_2 \cdot$$

Nilai L_2 pada *Textbook on Spherical Astronomy*, tidak menentukan jenis gerhana Matahari yang akan terjadi nantinya.

Hasil perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *textbook on Spherical Astronomy*, apabila dicocokkan dengan hasil data NASA¹⁴⁷,

¹⁴⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

¹⁴⁷ Data waktu gerhana Matahari, dapat diakses melalui website resmi NASA, yaitu <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEpath/SEpath>.

Tabel 4.7

**Perbandingan waktu gerhana Matahari hasil perhitungan
Elements of Solar Eclipses dan *Textbook on Spherical Astronomy*
dengan data NASA**

<i>Elements of Solar Eclipses</i>	<i>Textbook on Spherical Astronomy</i>	NASA
10 Mei 1994		
16° 26' 59" GMT	16° 24' 48,85" GMT	16° 27' 00" GMT ¹⁴⁸
9 Maret 2016		
0° 21' 36" GMT	0° 22' 2,28" GMT	0° 22' 00" GMT ¹⁴⁹

Sedangkan selisihnya adalah sebagai berikut:

Tabel 4.8

Selisih hasil perbandingan waktu gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy* dengan data NASA

<i>Elements of Solar Eclipses</i>	<i>Textbook on Spherical Astronomy</i>
10 Mei 1994	

¹⁴⁸

<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEpath/SEpath1951/SE1994May10Apath.html>, diakses pada tanggal 01 Desember 2018, pukul 14:38.

¹⁴⁹

<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEpath/SEpath2001/SE2016Mar09Tpath.html>, diakses pada tanggal 01 Desember 2018, pukul 14:36.

0° 00' 01"	0° 02' 11,15"
9 Maret 2016	
0° 00' 24"	+ 0° 00' 2,28"

Dari yang tertera pada tabel di atas, maka dapat dilihat bahwa selisih hasil perhitungan waktu gerhana pada *Elements of Solar Eclipses* selisihnya lebih sedikit dibandingkan dengan hasil perbandingan hasil waktu gerhana *Textbook on spherical Astronomy*. Sedangkan, jika kita cocokkan menggunakan aplikasi Stellarium, maka hasilnya akan seperti gambar berikut:

Gambar 4.5

Hasil input data waktu gerhana Matahari
***Elements of Solar Eclipses* pada tanggal 10 Mei 1994**
pada aplikasi Stellarium.



(Sumber: Aplikasi Stellarium 0.18.2 Ver)

Gambar 4.6

Hasil *input* data waktu gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy* pada tanggal 10 Mei 1994 pada aplikasi Stellarium.



(Sumber: Aplikasi stellarium 0.18.2 Ver)

Gambar 4.7

Hasil *input* data waktu gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* pada tanggal 9 Maret 2016 pada aplikasi Stellarium.



(Sumber: Aplikasi Stellarium 0.18.2 Ver)

Gambar 4.8

Hasil *input* data waktu gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy* pada tanggal 9 Maret 2016 pada aplikasi Stellarium.



(Sumber: Aplikasi Stellarium 0.18.2 Ver)

Dapat dilihat bahwa, masing-masing simulasi penampakan gerhana (baik pada tanggal 10 Mei 1994, maupun 9 Maret 2016), tidak mengaami perbedaan yang jauh. Hanya saja, untuk simulasi penampakan gerhana paa tanggal 10 Mei 1994, untuk hasil perhitungan gerhana Matahari menggunakan *Textbook on Spherical Astronomy* (pada gambar), Bulan nampak telah sedikit keluar dari areal umbra. Begitu pula pada saat gerhana tanggal 9 Maret 2016, Bulan juga nampak telah bergeser sedikit dari area umbra.

Dalam kasus tersebut, keduanya dapat dijadikan sebagai sumber referensi sistem perhitungan gerhana Matahari. Dikarenakan,

kedua sistem perhitungan tersebut telah menggunakan perhitungan kontemporer. Selain itu pula, seperti yang telah disimulasikan dengan aplikasi Stellarium di atas, bahwa kedua hasil perhitungan tersebut sesuai dengan keadaan gerhana yang seharusnya terjadi. Bahkan, sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus tersebut telah dipergunakan sebagai salah satu narasumber NASA, yang mana data dari lembaga NASA tersebut sudah tidak diragukan lagi keakuratannya. Sedangkan *Textbook on Spherical Astronomy*, merupakan salah satu alternatif sistem perhitungan gerhana Matahari, yang mana buku karya W.M. Smart tersebut telah dijadikan sebagai sumber referensi astronomi populer yang banyak digunakan dalam beberapa penelitian serta para ahli astronomi. Buku *Textbook on Spherical Astronomy* ini, juga sebagai salah satu buku referensi perkuliahan astronomi di Universitas Cambridge, dimana universitas tersebut telah terkenal akan reputasi pendidikannya, terutama dalam bidang astrofisika.

B. Analisis Kelebihan dan Kekurangan Sistem Perhitungan Gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*

1. Analisis Kelebihan dan Kekurangan Sistem Perhitungan Gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses*

Sebagai salah satu sumber referensi utama NASA, Jean Meeus memberikan sistem perhitungan gerhana Matahari pada

Elements of Solar Eclipses dengan data-data yang sangat teliti. Ketelitian tersebut dapat kita lihat, dari beberapa data tambahan yang terdapat dalam katalog data dasar Elemen Bessel. Katalog tersebut berisikan beberapa data tambahan yang mana, akan digunakan sebagai beberapa data perhitungan lainnya. Jika dibandingkan dengan sumber referensi lainnya, dalam hal ini adalah referensi *Textbook on Spherical Astronomy* karya W.M. Smart, maka sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus memiliki beberapa kelebihan, di antaranya yaitu:

a. Mudah serta Cepat

Banyak data yang terdapat dalam *Elements of Solar Eclipses* telah diersiapkan. Para peneliti hanya perlu mengambil data-data tersebut, yang telah berbentuk sebuah katalog. Data-data tersebut adalah tanggal dan jenis gerhana, data dasar Elemen Bessel x , y , δ , μ , L_1 dan L_2 , serta data $\tan f_1$ dan $\tan f_2$. Data-data tersebut sangatlah memudahkan para peneliti dalam proses menghitung gerhana Matahari, sehingga kegiatan perhitungan tersebut dapat dilanjutkan tanpa kesulitan.

b. Mudah diaplikasikan ke dalam bentuk formula Excel.

Sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* karya Jean Meeus, sangatlah mudah untuk dapat diaplikasikan ke dalam Microsoft Excel. Microsoft Excel

tersebut dapat mempermudah para peneliti untuk mengaplikasikan semua data tersebut ketika melakukan perhitungan gerhana Matahari. Para peneliti hanya perlu memasukkan data-data yang diperlukan, beserta rumus-rumus yang akan digunakan dalam perhitungan gerhana Matahari. Hanya perlu sedikit ubahan kecil dalam mengolah bahasa rumus *Elements of Solar Eclipses* ke dalam bentuk formula Microsoft Excel. Masing-masing Microsoft Excel, juga memiliki kriteria masing-masing dalam penggunaannya. Misalkan saja, ada yang dalam penulisan untuk angka desimal, ada yang menggunakan tanda koma (,) ada pula yang menggunakan tanda titik (.). Begitu juga dalam pemasukan data angka dalam Microsoft Excel, ada yang didahului menggunakan tanda petik (‘)¹⁵⁰, ada pula yang tidak perlu didahului tanda petik.

c. Dapat diprogram dalam Kalkulator.

Data-data serta perhitungan yang terdapat dalam Elemen Bessel, dapat diaplikasikan atau diprogram ke dalam kalkulator. Namun, hanya beberapa kalkulator saja, yang dapat digunakan untuk memprogram data-data *Elements of solar Eclipses* tersebut. Jenis kalkulator yang diperlukan, setidaknya memiliki menu “Program” di dalamnya, serta memiliki fungsi-fungsi dasar sebagai berikut:

¹⁵⁰ Seperti halnya dalam *input* data angka dalam Microsoft Excel 2010.

- 1) Memiliki mode derajat (DEG) dan satuan derajat ($^{\circ}$ ‘ “).
 - 2) Memiliki fungsi trigonometri (\sin , \cos dan \tan) serta turunannya (\sin^{-1} , \cos^{-1} , \tan^{-1} , \sec , \csc , \cot , \sinh , \cosh , \tanh , \sinh^{-1} , \cosh^{-1} , \tanh^{-1}).
 - 3) Memiliki fungsi minus, yang ditandai dengan lambang “(-)”.
 - 4) Jumlah minimal digit yang dapat tertera dalam layar kalkulator berjumlah 10 digit.
- d. Tingkat kesalahan yang ditimbulkan sangatlah kecil.

Potensi kesalahan yang ditimbulkan pada saat proses perhitungan data, sangat sering terjadi. Lebih banyak data yang dihitung, maka akan lebih besar pula potensi kesalahan yang terjadi dalam proses perhitungan. Namun, dalam hal perhitungan data *Elements of Solar Eclipses*, potensi kesalahan tersebut sangatlah kecil kemungkinannya. Hal ini disebabkan karena banyaknya data yang telah dipersiapkan oleh Jean meeus dalam karyanya ini. Para peneliti hanya cukup memasukkan data-data tersebut, ke dalam rumus. Hanya saja, ketelitian tetaplah diperlukan dalam proses memasukkan data ke dalam rumus tersebut, sehingga potensi kesalahan tersebut dapat dihindari.

- e. Konsistensi dalam data

Dalam *Elements of Solar Eclipses*, para peneliti tidak perlu khawatir dengan adanya beberapa gubahan data

di dalam proses perhitungan gerhana Matahari dalam rumus-rumus tersebut. Hal ini dikarenakan, data-data yang tersedia dalam *Elements of solar Eclipses* telah tersusun rapi dan lengkap dalam katalog.

f. Sistematis

Alur yang digunakan dalam proses perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* telah tersusun secara sistematis. Perhitungan gerhana Matahari dalam *Elements of Solar Eclipses* tidak dapat dilakukan secara acak, namun harus dilakukan secara berurutan. Perhitungan harus diawali dengan pencarian nilai Elemen Bessel. Setelah mencari nilai Elemen Bessel, maka perhitungan gerhana Matahari dapat dilakukan dan dapat menghasilkan waktu gerhana yang dicari.

Dalam sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses*, disamping memiliki beberapa kelebihan, sistem perhitungan ini juga memiliki beberapa kekurangan, di antaranya:

1) Hasil perhitungan tidaklah bersifat global.

Hasil yang diperoleh dari perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses*, hanya bersifat lokal saja. Hal ini dikarenakan, dalam perihal *input* data, waktu yang digunakan di dalamnya adalah waktu lokal, di mana lokasi gerhana Matahari tersebut terjadi. Perhitungan *Elements of Solar Eclipses*, juga menghasilkan letak Lintang

(Φ) dan Bujur (λ) lokal. Sehingga, waktu gerhana yang dimaksudkan dalam *Elements of Solar Eclipses*, hanya berlaku bagi tempat dimana letak lintang dan bujur tersebut berada.

2) Analisis Kelebihan dan Kekurangan Sistem Perhitungan Gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy*

Seperti halnya sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses*, dalam sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* juga memiliki beberapa kelebihan, diantaranya:

a. Sistematis.

Seperti halnya sistem perhitungan gerhana Matahari pada *Elements of Solar Eclipses*, sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* juga bersifat sistematis. Bahkan, dalam sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, perhitungannya sama sekali tidak dapat dilakukan secara acak. Jika sampai ada satu perhitungan saja yang terlewat, maka perhitungan lainnya pun tidak dapat dilakukan. Hal ini berlaku sampai pada sistem perhitungan tambahannya, seperti halnya menghitung menggunakan fungsi *pythagoras*, mencari lintang geosentris dan perhitungan lainnya yang sekiranya tidak tertera dalam *Textbook on spherical Astronomy*.

- b. Memiliki hasil perhitungan gerhana yang detail.

Hasil perhitungan gerhana Matahari yang diperoleh melalui rumus-rumus dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, memiliki detail hasil yang lebih lengkap dibandingkan dengan hasil perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses*. Waktu gerhana yang dihasilkan memiliki dua waktu gerhana, yakni waktu awal gerhana dan waktu akhir gerhana.

Sebagai sebuah sistem perhitungan gerhana Matahari yang belum berbasis pada sistem perhitungan dengan akurasi yang tinggi, maka sistem perhitungan *Textbook on spherical Astronomy* juga memiliki beberapa kekurangan, di antaranya:

- a. Konsistensi data kurang.

Data yang disajikan dalam *Textbook on Spherical Astronomy*, memiliki informasi data yang sangatlah sedikit. Tidak banyak data yang dijelaskan di dalamnya. Banyak data yang harus dicari keterangannya di luar lingkup materi perhitungan gerhana Matahari dalam *Textbook on Spherical Astronomy*. Bahkan di luar lingkup referensi tersebut. Data-data yang kurang informasi tersebut, kebanyakan berkaitan dengan data yang terkait dengan materi geometri Bumi. Seperti halnya dalam mencari data lintang geosentris. Dimana data lintang geosentris tersebut memiliki beberapa rumus di dalamnya untuk memperoleh data lintang geosentris

tersebut. Selain itu pula, banyak data yang dalam konstantanya tidak memiliki keterangan lebih, sehingga terkadang dapat membingungkan dalam proses perhitungan. Banyak pula data yang memiliki banyak persamaan, serta banyak data yang memiliki banyak turunan, sehingga jika ingin melakukan perhitungan selanjutnya, maka dibutuhkan ketelitian yang tinggi, untuk menentukan mana data yang akan sesuai digunakan untuk perhitungan selanjutnya.

b. Tidak dapat diaplikasikan ke dalam Excel

Dikarenakan variasi perhitungan yang tertera di dalam *Textbook on Spherical Astronomy* sangatlah banyak, sehingga sangatlah susah untuk dapat diaplikasikan ke dalam perhitungan berbasis Excel. Banyak pula rumus-rumus yang susah didefinisikan ke dalam formula Excel (dalam hal ini berlaku untuk penghitung awam).

c. Susah diprogram dalam kalkulator

Seperti halnya dalam faktor yang menyebabkan susahnya perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* untuk diaplikasikan ke dalam Excel, maka dalam pemrograman atau pengaplikasiannya dalam kalkulator pun sama susahnya. Hal ini dikarenakan perhitungannya yang sangat banyak variasinya, serta banyak persamaan serta turunan perhitungannya, maka akan sangat membingungkan untuk dapat diubah ke dalam “bahasa” kalkulator.

- d. Berpotensi besar untuk kesalahan perhitungan

Banyaknya variasi, persamaan, hingga turunan perhitungan yang tertera dalam sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, maka kesalahan dalam perhitungannya pun sangatlah besar dan sering terjadi *human error*. *Human error* yang dimaksudkan di sini adalah, ketelitian peneliti yang terkadang kurang dalam proses pemasukan data serta perhitungan rumusnya, sehingga sering mengakibatkan kesalahan pada hasil perhitungan. Dikarenakan sistem perhitungan ini bersifat sistematis, maka kesalahan pada salah satu perhitungan awal saja, sudah mengakibatkan kesalahan fatal pada perhitungan-perhitungan selanjutnya.

Misalkan saja, dalam menentukan nilai pada konstanta M dan N . Dalam penentuan nilainya, harus disesuaikan berdasarkan pada hasil nilai perhitungan $(x_o - \zeta_o)$. Jika nilai pada $(x_o - \zeta_o)$ negatif, maka kita menyesuaikan nilai konstanta M dan N berdasarkan nilai $(x_o - \zeta_o)$ tersebut. Begitu pula sebaliknya.¹⁵¹

- e. Tidak menghasilkan waktu gerhana sentral

Sistem perhitungan gerhana Matahari pada *Textbook on Spherical Astronomy*, menghasilkan waktu gerhana yang sifatnya bukanlah waktu gerhana sentral (tepat pada saat gerhana Matahari tersebut terjadi). Sistem perhitungan

¹⁵¹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

gerhana Matahari pada *Textbook on Spherical Astronomy*, hanya menghasilkan waktu awal gerhana dan waktu akhir gerhana. Tidak ada keterangan lebih lanjut, untuk perhitungan gerhana sentral. Sehingga, untuk memperoleh waktu gerhana sentral, dilakukanlah perhitungan untuk memperoleh selisih antara waktu awal gerhana dan waktu akhir gerhana tersebut, yang kemudian disesuaikan dengan jenis gerhana pada tanggal tersebut.

Tabel 4.9

Perbandingan kelebihan dari sistem perhitungan gerhana Matahari
Elements of Solar Eclipses dan *Textbook on Spherical Astronomy*

No.	Indikator	Sistem Perhitungan	
		<i>Elements of Solar Eclipses</i>	<i>Textbook on Spherical Astronomy</i>
1	Mudah serta cepat	√	
2	Program kalkulator	√	
3	Program Excel	√	
4	Kelengkapan data	√	
5	Kelengkapan informasi data	√	
6	Sistematis	√	√
7	Akurasi data	√	
8	Akurasi waktu gerhana	√	√

Dari tabel tersebut, dapat terlihat jelas bahwa sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* memiliki lebih banyak kelebihan dibandingkan dengan sistem perhitungan gerhana *Textbook on Spherical Astronomy*. Hal itu menunjukkan bahwa, sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* lebih unggul untuk dijadikan sebagai referensi dalam proses perhitungan gerhana Matahari.

Dalam segi proses pengerjaan rumus-rumus ataupun memasukkan data, *Textbook on Spherical Astronomy* memanglah jauh lebih rumit dan cenderung menyulitkan bagi para peneliti yang ingin melakukan perhitungan. Hal ini dikarenakan, literatur *Textbook on Spherical Astronomy* berbasis kepada data-data geometris. Pada data-data geometris mengharuskan perhitungan yang menggunakan dasar data yang lebih konkrit dan faktual. Oleh karena itu, banyak data yang diambil dari tabel data Epemeris. Selain data Epemeris, dibutuhkan juga data mengenai hubungan antara Matahari-Bumi-Bulan. Pada bagian-bagian inilah, yang terkadang menyulitkan, dan apabila terdapat kesalahan sedikit saja, maka perhitungan-perhitungan selanjutnya akan mengalami kesalahan data. Sistem perhitungan gerhana Matahari pada *Textbook on Spherical Astronomy*, juga menggunakan ketelitian data hingga satuan per jam. Sehingga, mengharuskan untuk menghitung beberapa data dasar juga dalam bentuk ketelitian per jam. *Phytagoras* juga dibutuhkan

dalam sistem perhitungan ini. Beberapa skema jarak titik koordinat langit, maupun jarak atau titik koordinat antara Matahari-Bumi-Bulan, sangatlah membutuhkan bantuan perhitungan *phytagoras* tersebut.

Adapun dalam proses penggunaan kalkulator maupun program Excel, sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* sangatlah susah jika dilakukan dengan kedua cara perhitungan tersebut. Faktor yang melatarbelakangi hal tersebut, sama halnya dengan faktor yang telah disebutkan sebelumnya. Sekiranya dapat dilakukan perhitungan dengan menggunakan kalkulator serta Excel, maka sangatlah membutuhkan ketelitian serta rutin untuk melakukan verifikasi terhadap perhitungan-perhitungan data yang melengkapinya, dari awal hingga akhir perhitungan. Hal ini dikarenakan, data-data yang digunakan dalam *Textbook on Spherical Astronomy* sangatlah banyak persamaannya, serta banyak data yang serupa namun sebenarnya tidaklah termasuk data yang harus di *input* ke dalam perhitungan.

Sehingga, dari keseluruhan penjelasan tersebut, dapat dimaklumi bahwa sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, kurang dapat dilakukan dengan cara yang mudah dan cepat.

Dalam hal kelengkapan data, pada dasarnya kedua sistem perhitungan tersebut, sama lengkapnya. Namun, tetap saja lebih

unggul *Elements of Solar Eclipses* dibandingkan dengan *Textbook on Spherical Astronomy*. Hal ini dapat dilihat melalui data-data yang dipersiapkan dalam perhitungan *Elements of Solar Eclipses*, yang sangatlah lengkap. Disamping data-data nya yang sangat lengkap, informasi datanya juga sangat mendukung. Jika *Textbook on Spherical Astronomy*, para peneliti terkadang diharuskan menelaah kembali beberapa bacaan sebelumnya, atau pun menambah dengan referensi lainnya untuk dijadikan sebagai pendukung informasi data yang tertera di dalamnya.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan pada penjelasan serta pemaparan mengenai sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

Pertama, perbedaan sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy* disebabkan oleh 2 (dua) faktor, yaitu konsep Elemen Bessel dan proses perhitungan gerhana Matahari, sebagaimana yang terdapat dalam uraian berikut:

1. *Elements of Solar Eclipses* menggunakan Elemen Bessel yang tidak berbasis kepada perhitungan sferis. Sedangkan pada sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, sistem Elemen Bessel nya menggunakan perhitungan sferis.
2. *Elements of Solar Eclipses* tidak menggunakan bantuan skema perhitungan *phytagoras*. Sedangkan proses perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, dalam menghitung beberapa rumusnya, menggunakan bantuan skema *phytagoras*.
3. *Elements of Solar Eclipses* tidak memerlukan perhitungan yang memiliki ketelitian hingga per jam. Sedangkan, dalam sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, memerlukan perhitungan yang memiliki ketelitian hingga per jam.

Kedua, Dari pemaparan sistem perhitungan *Elements of Solar Eclipses* dan *Textbook on Spherical Astronomy*, dapat diketahui bahwa waktu gerhana Matahari yang dihasilkan keduanya, memiliki perbedaan selang waktu beberapa detik hingga menit. Untuk gerhana Matahari cincin pada tanggal 10 Mei 1994, perbedaan yang terdapat antara kedua hasil sistem perhitungan waktu gerhana tersebut hanyalah berselang 2 menit 10,15 detik. Adapun pada saat gerhana Matahari total tanggal 9 Maret 2016, perbedaan yang terdapat antara kedua hasil sistem perhitungan waktu gerhana tersebut hanyalah berselang 26,28 detik. Selanjutnya, pada saat kedua hasil sistem perhitungan waktu gerhana tersebut dikomparasikan dengan data waktu gerhana Matahari NASA, maka hasilnya adalah sebagai berikut:

1. Pada saat gerhana Matahari cincin, tanggal 10 Mei 1994, waktu gerhana Matahari hasil perhitungan *Elements of Solar Eclipses* adalah jam 16 lewat 26 menit 59 detik GMT, dan waktu gerhana Matahari hasil perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* adalah jam 16 lewat 21 menit 36 detik GMT. Adapun data waktu gerhana Matahari NASA adalah, jam 16 lewat 27 menit. Jika dikomparasikan dengan data NASA, maka waktu gerhana *Elements of Solar Eclipses* akan memiliki perbedaan waktu hanya lebih awal 1 detik. Sedangkan waktu gerhana *Textbook on Spherical Astronomy*, akan memiliki

perbedaan waktu 2 menit 11,15 detik lebih awal dari data waktu gerhana Matahari NASA.

2. Pada saat gerhana Matahari total, tanggal 9 Maret 2016, waktu gerhana Matahari hasil perhitungan *Elements of Solar Eclipses* adalah jam 0 lewat 21 menit 36 detik GMT, dan waktu gerhana Matahari hasil perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* adalah jam 0 lewat 22 menit 2,28 detik GMT. Adapun data waktu gerhana Matahari NASA adalah, jam 0 lewat 22 menit. Jika dikomparasikan dengan data NASA, maka waktu gerhana *Elements of Solar Eclipses* akan memiliki perbedaan waktu hanya lebih awal 24 detik. Sedangkan waktu gerhana *Textbook on Spherical Astronomy*, akan memiliki perbedaan waktu 2,28 detik, sedikit lebih lambat dari data waktu gerhana Matahari NASA.

Jika dilihat dari pemaparan hasil perbandingan kedua sistem perhitungan waktu gerhana Matahari dengan waktu gerhana Matahari berdasarkan data NASA di atas, maka dapat disimpulkan bahwa, hasil waktu dari sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses* lebih mendekati waktu hasil perhitungan gerhana Matahari NASA. Adapun pada hasil waktu dari sistem perhitungan gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy*, menunjukkan bahwa waktu tersebut masih memiliki selisih yang sangat signifikan terhadap data waktu gerhana Matahari NASA. Sehingga, sistem perhitungan gerhana Matahari *Elements of Solar*

Eclipses merupakan sistem perhitungan gerhana Matahari yang lebih akurat dibandingkan dengan sistem perhitungan gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy*.

B. Saran

1. Perlu adanya perhatian serta apresiasi yang lebih terhadap ilmu falak, mengingat telah banyaknya para penggiat serta ahli falak yang memiliki perbedaan serta keragaman pemikiran dalam hal-hal yang berkaitan dengan ilmu falak. Dalam persoalan menghitung gerhana Matahari, memanglah tidak terdapat perbedaan dalam perhitungan serta perkiraan kejadiannya, namun alangkah baiknya jika para generasi ilmu falak (yang notabenenya terdiri dari ilmu astronom Islam), juga ikut menelaah berbagai referensi lainnya dalam konsentrasi perhitungan gerhana. Hal ini dikarenakan, gerhana Matahari tersebut juga termasuk dalam penentuan waktu kita untuk beribadah kepada Allah, yakni salat gerhana.
2. Menurut penulis, dalam proses perhitungan gerhana Matahari akan lebih akurat jika menggunakan perhitungan dalam sistem *Elements of Solar Eclipses*. Meskipun dalam sistem perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy* juga menghasilkan waktu gerhana yang akurat, namun alangkah baiknya jika menggunakan perhitungan *Elements of Solar Eclipses* yang memiliki hasil waktu gerhana sentral.

C. Penutup

Segala puji bagi Allah yang telah memberikan segala pertolongan-Nya, sehingga skripsi ini telah selesai disusun. Meskipun telah mengupayakan skripsi ini dengan hasil yang terbaik, namun penulis menyadari akan ketidaksempurnaan serta masih banyaknya kekurangan yang terdapat dalam skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik serta saran yang konstruktif (membangun), sehingga nantinya akan menjadi lebih baik kembali di masa yang akan datang. Akhirnya, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya serta bagi para pembaca pada umumnya.

DAFTAR PUSTAKA

Buku:

Chauvenet, William, *A Manual of Spherical Astronomy: Embracing (The General Problems of Spherical Astronomy, The Spherical Applications to Nautical Astronomy, and The Theory and Use of Fixed and Portable Astronomical Instruments), With an Apendix on the Method of Least Square*, Philadelphia: J.B. Lippincott Company, 1900.

Clynch, James R, *Geodetic Coordinate Conversions*, Naval Postgraduate, 2002.

-----, *Geodetical Coordinate Conversions*, Naval Postgraduate School, 2002.

Espenak, Fred, and Jean Meeus, *Five Millenium Catalog of Solar Eclipses: -1999 to +3000 (2000 BCE to 3000 CE)-Revised*. Kortenberg, Belgium: NASA, Goddard Space Flight Center, Maryland., January 2009.

JR., Wenworht Williams, *Prediction of Analysis of Solar Eclipse Circumstances*, Acorn Park Cambridge: Arthur D. Little, Inc., 1971.

KH. Ahmad Mudjab Mahalli, *Hadis-Hadis Muttafaq 'Alaih (Bagian Ibadat)*, Jakarta: Kencana, 2013.

Khazin, Muhyiddin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*. Yogyakarta:

Buana Pustaka, 2004. Izzuddin, Ahmad, *Ilmu Falak Praktis*. Semarang: Putra Rizki Putra, 2012.

Kovalevsky, Jean, dan P.Kenneth Seidelmann, *Fundamentals of Astronomy*. United Kingdom: University Press, Cambridge, 2004.

M. Iqbal Hasan, *Pokok Pokok Materi Metodologi Penelitian & Aplikasinya*, Bogor: Ghalia Indonesia, 2002.

Meeus, Jean, *Elements of Solar Eclipses (1951-2200)*. United States of America: Willman-Bell, Inc., 1989.

Rida, Syaikh Muhammad Rasyid, et al., *Hisab Bulan Qamariyah (Tinjauan Syar`I tentang Penetapan Awal Ramadhan, Syawal dan Dzulhijjah)*. Yogyakarta: Suara Muhammadiyah, 2012.

Smart, William Marshall, *Textbook on Spherical Astronomy*. Great Britain: University Press, Cambridge, 1977.

Smith, Peter Duffett dan Jonathan Zwart, *Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet*, New York: Cambridge University Press, 2011.

Jurnal:

Born, George H., *Geodetic and Geocentric Latitude*.

Casalegno, Gian, *Sun Ephemeris Comparison*.

Clynch, James R., *Geodetic Coordinate Conversions*. Naval Postgraduate, 2002.

Website:

cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?cat=VI/81, diakses pada Hari Jumat, tanggal 3 Agustus 2018, pukul 11:48 WIB.

<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEpath/SEpath1951/SE1994May10Apath.html>, diakses pada tanggal 01 Desember 2018, pukul 14:38 WIB.

<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEpath/SEpath2001/SE2016Mar09Tpath.html>, diakses pada tanggal 01 Desember 2018, pukul 14:36 WIB.

https://en.m.wikipedia.org/wiki/Spherical_astronomy, diakses pada hari Rabu, 18 Juli 2018 pukul 23:00 WIB.

https://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_unit, diakses pada tanggal 26 November 2018, pukul 20.00 WIB.

<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>, diakses pada tanggal 26 November 2018, pukul 20.34 WIB.

<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html> diakses pada tanggal 26 November 2018, pukul 20.46 WIB.

<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html>, diakses pada tanggal 26 November 2018, pukul 20.47 WIB.

<https://www.4shared.com/file/119020611/8afddf1b/gerhana-Matahari-total-22-juli-2009.html>, diakses pada tanggal 10 desember 2018, pukul 08:14 WIB.

<https://www.space.com/15584-solar-eclipses.html>, diakses pada tanggal 30 November 2018, pukul 21.45 WIB.

<https://www.space.com/15584-solar-eclipses.html>, diakses pada tanggal 30 November 2018, pukul 21.48 WIB.

Aplikasi:

Stellarium 0.18.2

Win Hisab 2010, Data Epemeris Bulan tanggal 10 Mei 1994.

Win Hisab 2010, Data Epemeris Matahari tanggal 9 Maret 2016.

Lampiran I

Tahap Perhitungan Gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses*
pada tanggal 10 Mei 1994.

Data Perhitungan:

Waktu (UT) : $16^j 26^m 59^{d152}$

Delta T (detik) : 60

Waktu (TD) : 16,46638889

Waktu referensi (T_0) : 17

t : -0,53361111

Elemen Bessel tanggal 10 Mei 1994:

X0	: -0,173367	L12	: -0,0000098
X1	: 0,4990629	L20	: 0,020679
X2	: 0,0000296	L21	: -0,0000317
X3	: -0,00000563	L22	: -0,0000097
Y0	: 0,383484	tan f1	: 0,004631
Y1	: 0,0869393	tan f2	: 0,004608

¹⁵²Waktu (*Universal Time*), ditentukan berdasarkan pada waktu pengamatan (waktu tepat pada saat terjadinya gerhana berlangsung) lokal yang diubah ke dalam waktu GMT (*Greenwich Mean Time*). Adapun waktu terjadinya gerhana Matahari pada 10 Mei 1994, sekitar pukul 09:01 AM. Gerhana Matahari tersebut, terlihat di Ontario, Amerika Serikat, yang memiliki zona waktu UTC - 07.00. Jika UTC nya bernilai -07.00, maka waktu lokal tersebut ditambah dengan zona waktu tersebut, yakni pukul 09:01+07:00=16:01 GMT (UT). Hal ini dikarenakan, waktu lokal diperoleh dengan cara waktu GMT dihitung bersama dengan zona waktu daerah tersebut. Singkatnya, jika UTC nya merupakan (-) maka waktu lokal ditambah, sedangkan jika simbolnya (+) maka waktu lokal dikurangi.

$$Y2 : -0,0001183$$

$$Y3 : -0,00000092$$

$$d0 : 17,68613$$

$$d1 : -0,010642$$

$$d2 : -0,000004$$

$$m0 : 75,90923$$

$$m1 : 15,00162$$

$$L10 : 0,566906$$

$$L11 : -0,0000318$$

Detail Perhitungan:

$$\begin{aligned} X : & (-0,173367 + (0,5502769 \times (-0,53361111)) + (0,0000296 \times \\ & (-0,53361111^2)) + ((0,0000296) \times (-0,53361111^3))) \\ & : -0,4396632 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y : & (0,383484 + (0,0869393 \times (-0,53361111)) + ((-0,0001183) \times \\ & (-0,53361111^2)) + ((-0,00000092) \times (-0,53361111^3))) \\ & : 0,33705868 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Deklinasi (d)} : & (17,68613 + ((-0,010642) \times (-0,53361111)) + ((- \\ & 0,000004) \times ((-0,53361111^2))) \\ & : 17,6918076 \text{ derajat} \\ & : 0,30878 \text{ radian} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M : & (75,90923 + (15,00162 \times (-0,53361111))) \\ & : 67,9041983 \text{ derajat} \end{aligned}$$

$$L2 : (0,020679 + ((-0,0000317) \times (-0,53361111)) + ((-0,0000097) \times (-0,53361111^2)))$$

$$: 0,02069315$$

$$X' : (0,5502769 + (2 \times 0,0000296 \times (-0,53361111)) + (3 \times (0,0000296) \times (-0,53361111^2)))$$

$$: 0,4990265$$

$$Y' : (0,0869393 + (2 \times (-0,0001183) \times (-0,53361111)) + (3 \times (-0,00000092) \times (-0,53361111^2)))$$

$$: 0,08706477$$

$$w : \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,006694385 \times \cos(0,3087803))^2}}$$

$$: 1,00305198$$

$$p : \frac{15,00162}{57,2957795}$$

$$: 0,26182768$$

$$b : 0,08706477 - 0,26182768 \times (-0,4396632) \times \sin(0,3087803)$$

$$: 0,12204816$$

$$c : 0,4990265 + 0,26182768 \times (0,33705868) \times \sin(0,3087803)$$

$$: 0,52584579$$

$$y1 : 1,00305198 \times (0,33705868)$$

$$: (0,33808738)$$

$$b1 : 1,00305198 \times \sin(0,3087803)$$

$$: 0,30482433$$

$$b2 : 0,99664719 \times 1,00305198 \times \cos(0,3087803)$$

$$: 0,9524086$$

$$B : \sqrt{1 - (-0,43966322)^2 - (-0,33808738)^2}$$

$$: 0,83210166$$

$$\text{Hour Angle (H)} : \tan^{-1}((-0,4396632) \div ((0,83210166 \times 0,9524086) - (0,33808738 \times 0,30482433)))$$

$$: -0,5676851 \text{ radian}$$

$$: (-32,52596) \text{ derajat}$$

$$\text{fail} : \sin^{-1}(0,83210166 \times 0,30482433 + 0,33808738 \times 0,9524086)$$

$$: 0,61338925 \text{ radian}$$

$$: 35,144615 \text{ derajat}$$

$$\text{Tan(Lintang)} : 1,00336409 \times \tan 0,61338925$$

$$: 0,70634395$$

$$\text{Lintang} : \tan^{-1} 0,70634395$$

$$: 0,61497097 \text{ radian}$$

$$: 35,235241 \text{ derajat } (+ 35^j 14^m 07^d)$$

$$\text{Bujur} : (-32,52596) + 0,00417807 \times 60 - 67,9041983$$

$$: -100,1795 \text{ derajat}$$

$$: -100,1795 \text{ derajat } (+ 100^j 10^m 46^d)$$

$$L2' : (0,02069315) - 0,83210166 \times 0,004608$$

$$: 0,01685908$$

$$a : 0,52584579 - 0,26182768 \times 0,83210166 \times \cos 0,3087803$$

: 0,31828259

$$n : \sqrt{(0,31828259^2 + 0,12204816^2)}$$

: 0,34088056

Durasi : 356,1 detik

: $00^j 05^m 56,1^d$

Jenis Gerhana : CINCIN¹⁵³

$$\sin(h) : \sin 0,3087803 \times \sin -0,0483827 \times \cos 0,3087803 \times \\ \cos(-0,0483827) \times \cos(-0,56768507)$$

: 0,83143271

Altitude : $\sin^{-1} 0,83143271$

: 0,98168128 radian

: 56,246194 derajat

: $(+) 56^j 14^m 46^d$

K : :

$$\sqrt{0,83210166^2 + \left(\frac{((-0,43966322) \times 0,31828259 + (0,33705868) \times 0,12204816)}{(0,34088056)} \right)^2}$$

: 0,88113483

$$\text{Lebar Lintasan} : 12756 \times \frac{\text{Abs}(0,01685908)}{0,88113483}$$

: 244,1 km

¹⁵³ Jika hasil pada L2', nilainya kurang dari nilai nol (0), maka gerhana yang akan muncul adalah gerhana total. Jika sebaliknya, maka gerhana yang akan muncul adalah gerhana sebagian atau cincin. Dalam perhitungan excel, digunakanlah rumus (formula) logika IF, di mana "true value"-nya adalah TOTAL dan "false value"-nya adalah CINCIN.

$$\begin{aligned}
 L1' &: 0,566906 + (-0,0000318) \times (-0,53361111) + (-0,0000098) \\
 &\quad \times (-0,53361111)^2 - 0,83210166 \times 0,004631 \\
 &: 0,56306688
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sudut radius Bulan atau Matahari} &: \frac{(0,56306688 - 0,01685908)}{(0,56306688 + 0,01685908)} \\
 &: 0,94185782
 \end{aligned}$$

Lampiran II
DATA RUMUS EXCEL PERHITUNGAN GERHANA
MATAHARI 10 MEI 1994

RUMUS DATA DASAR PERHITUNGAN¹⁵⁴

DATA	RUMUS	HASIL
Waktu (TD)	Jam+Menit/60+Detik/3600+Delta T (detik)/3600	16,46638889
T	Waktu (TD)-T0	(-)0,53361111

RUMUS ELEMEN BESSEL

DATA	RUMUS	HASIL	RUMUS PERUBA HAN	HASIL
X	$X0+X1*t+X2*t^2+X3*t^3$	(-) 0,439663 22		
Y	$Y0+Y1*t+Y2*t^2+Y3*t^3$	0,337058 68		
Deklinasi (d)	$d0+d1*t+d2*t^2$	17,69180 76°	RADIANS (17,691807 6°)	0,3087 803 rad
M	$M0+M1*t$	67,90419 83°		

¹⁵⁴ Berdasarkan rumus Jean Meeus yang disusun oleh Dr. Eng. Rinto Anugraha NQZ, S.Si., M.Si., Dosen Fisika UGM, Yogyakarta, yang diunduh pada <https://www.4shared.com/file/119020611/8afddf1b/gerhana-Matahari-total-22-juli-2009.html>, diakses pada tanggal 10 desember 2018, pukul 08:14 WIB.

L2	$L20 + L21 * t + L22 * t^2$	0,020693 15		
X'	$X1 + 2 * X2 * t + 3 * X3 * t^2$	0,499026 5		
Y'	$Y1 + 2 * Y2 * t + 3 * Y3 * t^2$	0,087064 77		
W	$1/\text{SQRT}(1 - 0,006694385 * \text{COS}(d) * \text{COS}(d))$	1,003051 98		
P	M1/57,2957795	0,261827 68		
B	$Y' - p * X * \sin(d)$	0,122048 16		
C	$X' + p * Y * \sin(d)$	0,525845 79		
y1	$w * Y$	0,338087 38		
b1	$w * \sin(d)$	0,304824 33		
b2	$0,99664719 * w * \cos(d)$	0,952408 6		
B	$\text{SQRT}(1 - X * X - y1 * y1)$	0,832101 66		
Hour Angle (H)	$\text{ATAN2}(B * b2 - y1 * b1; X)$	(-) 0,567685 1 rad	DEGREES (- 0,5676851)	(-) 32,525 96°
Fail	$\text{ASIN}(B * b1 + y1 * b2)$	0,613389 25 rad	DEGREES (0,6133892 5)	35,144 615°
Tan(Lintang g)	$1,00336409 * \text{TAN}(fail)$	0,706343 95		
Lintang	$\text{ATAN}(\text{Tan}(\text{Lintang}))$	0,614970 97 rad	DEGREES (0,6149709	35,235 241°

			7)	
Bujur	M-H- 0,00417807*De lta T (Nilai H yang diinput adalah nilai H yang bernilai derajat)	-- 100,1794 7 rad	DEGREES (- 100,17947)	- 100,17 95°
L2'	L2-B*tan f2	0,016859 08		
A	c-p*B*COS(d)	0,318282 59		
N	SQRT(a*a+b*b)	0,340880 56		
Durasi	ABS(7200*L2' /n)	356,1	menit=INT (Durasi/60) detik=Dura si- menit*60	5 ^m 56,1 ^d
Jenis Gerhana	IF(L2'<0; “TOTAL”; “CINCIN”)	CINCIN		
Sin(h)	SIN(d)*SIN(Li ntang)+COS(d) *COS(Lintang) *COS(H)	0,831432 71		
Altitude	ASIN(SIN(h))	0,981681 28 rad	DEGREES (0,9816812 8)	56,246 194°
K	SQRT(B*B+((X*a+Y*b)/n)^2	0,881134 83		

)			
Lebar Lintasan	$12756 * \text{ABS}(L2') / K$	244,1		
L1'	$L10 + L11 * t + L12 * t^2 - B * \tan f1$	0,56306688		
Sudut Radius Bulan/Matahari	$(L1' - L2') / (L1' + L2')$	0,94185782		

Keterangan:

Perhitungan pada Lintang, Bujur, Altitude dan Azimuth, hasilnya diubah ke dalam bentuk satuan Jam, Menit dan Detik ($00^j 00^m 00^d$) dengan cara,

ABS(hasil perhitungan dalam satuan

Penentuan hasil nilai POSITIF atau NEGATIF pada Lintang, Bujur, Altitude dan Azimuth, ditentukan dengan cara,

IF(hasil perhitungan dalam satuan derajat < 0; "NEGATIF"; "POSITIF")

Lampiran III

Tahap Perhitungan Gerhana Matahari *Elements of Solar Eclipses*
pada tanggal 9 Maret 2016.

Data Perhitungan:

Waktu (UT) : $0^j 21^m 36^d$
Delta T (detik) : 69
Waktu (TD) : 0,3791667
Waktu referensi (T_0) : 2
t : -1,6208333

Elemen Bessel tanggal 10 Mei 1994:

X0	: -0,062417	L12	: -0,0000128
X1	: 0,5502769	L20	: -0,007227
X2	: 0,0000047	L21	: -0,00007
X3	: -0,00000906	L22	: -0,0000127
Y0	: 0,25369	tan f1	: 0,00471
Y1	: 0,1721233	tan f2	: 0,00469
Y2	: 0,0000171		
Y3	: -0,00000275		
d0	: -4,37971		
d1	: 0,01589		
d2	: 0,000001		
m0	: 207,372		

m1 : 15,004

L10 : 0,538861

L11 : -0,0000704

Detail Perhitungan:

X :

$$\begin{aligned} & (-0,062417 + (0,5502769 \times (-1,6208333)) + (0,0000047 \\ & \times (-1,6208333^2)) + ((-0,00000906) \times (-1,6208333^3))) \\ & : -0,9542732 \end{aligned}$$

Y :

$$\begin{aligned} & (0,25369 + (0,1721233 \times (-1,6208333)) + ((0,0000171) \\ & \times (-1,6208333^2)) + ((-0,00000275) \times (-1,6208333^3))) \\ & : -0,0252365 \end{aligned}$$

Deklinasi (d) :

$$\begin{aligned} & (-4,37971 + ((0,01589) \times (-1,6208333)) + ((0,000001) \\ & \times ((-1,6208333^2))) \\ & : -4,4054559 \text{ derajat} \\ & : -0,07689 \text{ radian} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M & : (207,372 + (15,004 \times (-1,6208333))) \\ & : 183,05322 \text{ derajat} \end{aligned}$$

L2 :

$$\begin{aligned} & (-0,007227+((-0,00007)\times(-1,6208333))+((-0,0000128) \\ & \times(-1,6208333^2))) \\ & : -0,0071469 \end{aligned}$$

X' :

$$\begin{aligned} & (0,5502769+(2\times0,0000047\times(-1,6208333))+(3\times(-0,00000906) \\ & \times(-1,6208333^2))) \\ & : 0,5501903 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y' & : (0,1721233+(2\times(0,0000171)\times(-1,6208333))+(3\times(- \\ & 0,00000275)\times(-1,6208333^2))) \\ & : 0,1720462 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W & : \frac{1}{\sqrt{(1-0,006694385\times\cos(0,3087803)^2)}} \\ & : 1,0033441 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P & : \frac{15,004}{57,2957795} \\ & : 0,2618687 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b & : 0,1720462-0,2618687\times(-0,9542732)\times\sin(-0,07689) \\ & : 0,1528508 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c & : 0,5501903+0,2618687\times(-0,0252365)\times\sin(-0,07689) \\ & : 0,5506979 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y1 & : 1,0033441\times(-0,0252365) \\ & : -0,0253209 \end{aligned}$$

$$b1 : 1,0033441 \times \sin(-0,07689)$$

$$: -0,0770708$$

$$b2 : 0,99664719 \times 1,0033441 \times \cos(-0,07689)$$

$$: 0,9970256$$

$$B : \sqrt{1 - (-0,9542732)^2 - (-0,0253209)^2}$$

$$: 0,2978615$$

$$(H) : \tan^{-1}((-0,9542732) \div ((0,2978615) \times 0,9970256) - ((-0,0253209) \times (-0,0770708)))$$

$$: -1.2709563 \text{ radian}$$

$$: -72,8204 \text{ derajat}$$

$$\text{fail} : \sin^{-1}((0,2978615 \times (-0,0770708)) + ((-0,0253209) \times 0,9970256))$$

$$: -0,0482208 \text{ radian.}$$

$$: -2,76285 \text{ derajat.}$$

$$\text{Tan(Lintang)} : 1,00336409 \times \tan(-0,0482208)$$

$$: -0,0484205$$

$$\text{Lintang} : \tan^{-1}(-0,0484205)$$

$$: -0,0483827 \text{ radian}$$

$$: -2,77213 \text{ derajat } (- 02^j 46^m 20^d)$$

$$\text{Bujur} : (-72,8204) + 0,00417807 \times 69 - 183,05322$$

$$: -255,58537 \text{ radian}$$

$$: 104,415 \text{ derajat } (+ 104^j 24^m 53^d)$$

$$L2' : -0,0071469 - 0,2978615 \times 0,00469$$

$$: -0,0085424$$

$$a : 0,5506979 - 0,2618687 \times 0,2978615 \times \cos(-0,07689)$$

$$: 0,4729277$$

$$n : \sqrt{(0,4729277^2 + 0,1528508^2)}$$

$$: 0,4970151$$

$$\text{Durasi} : 123,7 \text{ detik}$$

$$: 00^j \ 02^m \ 3,7^d$$

$$\text{Jenis Gerhana} : \text{TOTAL}$$

$$\sin(h) : \sin(-0,07689) \times \sin(-0,0483827) \times \cos(-0,07689) \times$$

$$\cos(-0,0483827) \times \cos(-1,2709563)$$

$$: 0,2978651$$

$$\text{Altitude} : \sin^{-1}(0,2978651)$$

$$: 0,3024555 \text{ radian}$$

$$: 17,3294 \text{ derajat}$$

$$: (+) 17^j \ 19^m \ 46^d$$

$$K : \frac{0,2978615^2 + \left(\frac{((-0,9542732) \times 0,4729277 + (-0,0252365) \times 0,1528508)}{(0,4970151)} \right)^2}{0,963009}$$

$$\sqrt{0,2978615^2 + \left(\frac{((-0,9542732) \times 0,4729277 + (-0,0252365) \times 0,1528508)}{(0,4970151)} \right)^2}$$

$$: 0,963009$$

$$\text{Lebar Lintasan} : 12756 \times \frac{\text{Abs}(-0,0085424)}{0,963009}$$

$$: 113,2 \text{ km}$$

$$\begin{aligned}
 L1' &: 0,538861 + (-0,0000704) \times (-1,6208333) + (-0,0000128) \\
 &\quad \times (-1,6208333)^2 - 0,2978615 \times 0,00471 \\
 &: 0,5375389
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sudut radius Bulan atau Matahari} &: \frac{(0,5375389 - -0,0085424)}{(0,5375389 + -0,0085424)} \\
 &: 1,0322968
 \end{aligned}$$

Lampiran IV
DATA RUMUS EXCEL PERHITUNGAN GERHANA
MATAHARI 9 MARET 2016

RUMUS DATA DASAR PERHITUNGAN

DATA	RUMUS	HASIL
Waktu (TD)	Jam+Menit/60+Detik/3600+Delta T (detik)/3600	0,3791667
T	Waktu (TD)-T0	(-)1,6208333

RUMUS ELEMEN BESSEL

DATA	RUMUS	HASIL	RUMUS PERUBA HAN	HASIL
X	$X0+X1*t+X2*t*t+X3*t*t*t$	(-) 0,954273 2		
Y	$Y0+Y1*t+Y2*t*t+Y3*t*t*t$	(-) 0,025236 5		
Deklinasi (d)	$d0+d1*t+d2*t*t$	(-) 4,405455 9°	RADIANS (4,4054559°)	(-) 0,0768 9 rad
M	$M0+M1*t$	183,0532 2°		
L2	$L20+L21*t+L22*t*t$	(-) 0,007146 9		
X'	$X1+2*X2*t+3*X3*t$	0,550190		

	$t*t$	3		
Y'	$Y1+2*Y2*t+3*Y3*t*t$	0,1720462		
W	$1/\text{SQRT}(1-0,006694385*\text{COS}(d)*\text{COS}(d))$	1,0033441		
P	M1/57,2957795	0,2618687		
B	$Y'-p*X*\sin(d)$	0,1528508		
C	$X'+p*Y*\text{SIN}(d)$	0,5506979		
y1	$w*Y$	(-) 0,0253209		
b1	$w*\text{SIN}(d)$	(-) 0,0770708		
b2	$0,99664719*w*\text{COS}(d)$	0,9970256		
B	$\text{SQRT}(1-X*X-y1*y1)$	0,2978615		
Hour Angle (H)	$\text{ATAN2}(B*b2-y1*b1;X)$	(-) 1,2709563 rad	DEGREES (-1,2709563)	(-) 72,8204°
Fail	$\text{ASIN}(B*b1+y1*b2)$	(-) 0,0482208 rad	DEGREES (-0,0482208)	(-) 2,76285°
Tan(Lintang)	$1,00336409*\text{TAN}(fail)$	(-) 0,0484205		
Lintang	$\text{ATAN}(\text{Tan}(\text{Lintang}))$	(-) 0,048382	DEGREES (0,0483827	(-) 2,7721

		7 rad)	3°
Bujur	M-H- 0,00417807*Delta T (Nilai H yang diinput adalah nilai H yang bernilai derajat)	(-) 255,5853 7 rad	DEGREES (- 255,58537)	104,41 5°
L2'	L2-B*tan f2	(-) 0,008542 4		
A	c-p*B*COS(d)	0,472927 7		
N	SQRT(a*a+b*b)	0,497015 1		
Durasi	ABS(7200*L2'/n)	123,7	menit=INT (Durasi/60) detik=Dura si- menit*60	2 ^m 3,7 ^d
Jenis Gerhana	IF(L2'<0; "TOTAL"; "CINCIN")	TOTAL		
Sin(h)	SIN(d)*SIN(Lintan g)+COS(d)*COS(Li ntang)*COS(H)	0,297865 1		
Altitude	ASIN(SIN(h))	0,302455 5 rad	DEGREES (0,3024555)	17,329 4°
K	SQRT(B*B+((X*a+ Y*b)/n)^2)	0,963009		

Lebar Lintasan	$12756 \cdot \text{ABS}(L2')/K$	113,2		
$L1'$	$L10 + L11 \cdot t + L12 \cdot t^* - B \cdot \tan f1$	0,5375389		
Sudut Radius Bulan/Matahari	$(L1' - L2')/(L1' + L2')$	1,0322968		

Keterangan:

Perhitungan pada Lintang, Bujur, Altitude dan Azimuth, hasilnya diubah ke dalam bentuk satuan Jam, Menit dan Detik ($00^j 00^m 00^d$) dengan cara,

ABS(hasil perhitungan dalam satuan

Penentuan hasil nilai POSITIF atau NEGATIF pada Lintang, Bujur, Altitude dan Azimuth, ditentukan dengan cara,

IF(hasil perhitungan dalam satuan derajat < 0; "NEGATIF"; "POSITIF")

Hasil perhitungan Lebar Lintasan dinyatakan dalam satuan kilometer (km).¹⁵⁵

¹⁵⁵ Berdasarkan rumus Jean Meeus yang disusun oleh Dr. Eng. Rinto Anugraha NQZ, S.Si., M.Si., Dosen Fisika UGM, Yogyakarta, yang diunduh pada <https://www.4shared.com/file/119020611/8afddf1b/gerhana-Matahari-total-22-juli-2009.html>, diakses pada tanggal 10 desember 2018, pukul 08:14 WIB.

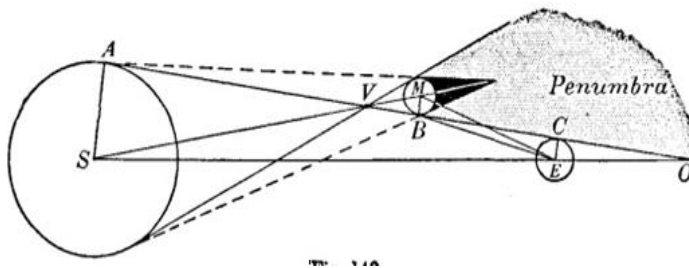
Lampiran V

Tahap Perhitungan Gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy* pada tanggal 10 Mei 1994.

Tahap perhitungannya adalah sebagai berikut:

1. Sudut Pusat Bumi dari Pusat Matahari dan Bulan Saat Awal Atau Akhir Gerhana Matahari

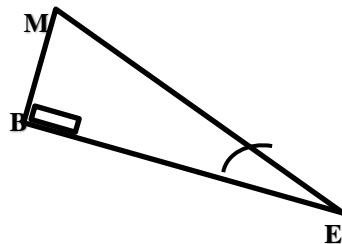
Skema Sudut Pusat Bumi dari Pusat Matahari dan Bulan



(Sumber: *Textbook on Spherical Astronomy*)

a. Segitiga MEB

Segitiga MEB



Diketahui:

$$\begin{aligned}\text{MB} &= \text{Semidiameter Bulan} \\ &= 0^{\circ} 14' 42,68''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ME} &= \text{Semimayor Bulan} \\ &= 0^{\circ} 23' 03,84''\end{aligned}$$

Mencari $\angle\text{MEB}$ (S_1)?

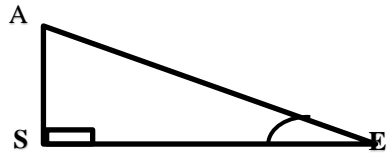
$$\begin{aligned}\sin \alpha^{156} &= \frac{\text{MB}}{\text{ME}} \\ &= \frac{0^{\circ} 14' 42,68''}{0^{\circ} 23' 03,84''}\end{aligned}$$

$$\sin \alpha = 0^{\circ} 38' 16,25''$$

$$\alpha = 39^{\circ} 37' 53,32'' (S_1)$$

b. Segitiga AES

Segitiga AES



Diketahui:

$$\text{AS} = \text{Semidiameter Matahari}$$

¹⁵⁶ Menggunakan aturan sinus, dikarenakan dalam mencari $\angle\text{MEB}$, sisi segitiga siku-siku yang diketahui, hanyalah sisi depan (MB) dan sisi miring (ME) dari $\angle\text{MEB}$.

$$= 0^{\circ} 15' 50,38''$$

ES = Jarak Matahari-Bumi

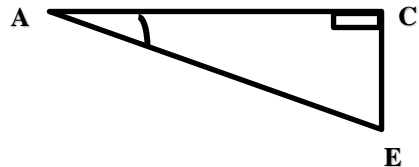
$$= 1^{\circ} 00' 36'' \text{ (1AU)}$$

Mencari $\angle AES$ (S)?

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{AS}{ES} \\ &= \frac{0^{\circ} 15' 50,38''}{1^{\circ} 00' 36''} \\ \tan \alpha &= 0^{\circ} 15' 40,97'' \\ \alpha &= 14^{\circ} 38' 53,82'' \text{ (S)}\end{aligned}$$

c. Segitiga ACE

Segitiga ACE



Diketahui:

CE = *Earth's Polar Radius* (Jari-jari Kutub Bumi)

$$= 0^{\circ} 00' 22,88''$$

AE = AE pada segitiga AES

$$= \sqrt{ES^2 + AS^2}$$

$$= \sqrt{(1^\circ 00' 36'')^2 + (0^\circ 15' 50,38'')^2}$$

$$= \sqrt{1^\circ 01' 36'' + 0^\circ 4' 10,09''}$$

$$= 1^\circ 4' 46,9''$$

Mencari $\angle EAC$ (P)?

$$\sin \alpha = \frac{CE}{AE}$$

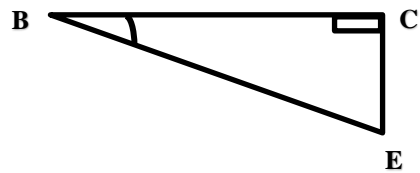
$$= \frac{0^\circ 00' 22,88''}{1^\circ 4' 46,9''}$$

$$\sin \alpha = 0^\circ 00' 21,19''$$

$$\alpha = 0^\circ 20' 14,08'' \text{ (P)}$$

d. Segitiga CBE

Segitiga CBE



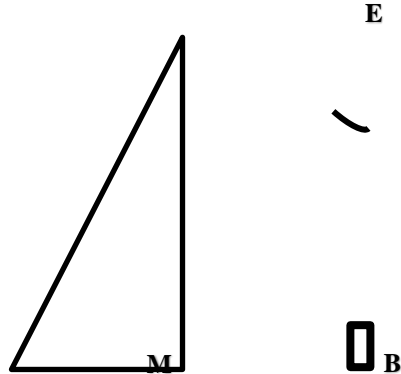
Diketahui:

CE = *Earth's Polar Radius* (Jari-jari Kutub Bumi)

$$= 0^{\circ} 00' 22,88''$$

BE = Sisi BE pada segitiga MEB

Segitiga MEB



$$\begin{aligned} BE &= \sqrt{ME^2 - MB^2} \\ &= \sqrt{(0^{\circ} 23' 3,84'')^2 - (0^{\circ} 14' 42,68'')^2} \\ &= \sqrt{0^{\circ} 08' 51,95'' - 0^{\circ} 03' 36,42''} \\ &= 0^{\circ} 19' 27,42'' \end{aligned}$$

Mencari $\angle CBE$ (P_1)?

$$\tan \alpha = \frac{CE}{BE}$$

$$= \frac{0^{\circ} 00' 22,88''}{0^{\circ} 19' 27,42''}$$

$$\tan \alpha = 0^{\circ} 01' 10,56''$$

$$\alpha = 1^{\circ} 07' 22,27'' (\mathbf{P_1})$$

- e. Sudut Pusat Bumi dari Pusat Matahari dan Bulan Saat Awal Atau Akhir Gerhana Matahari

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{S} + \mathbf{S_1} + \mathbf{P_1} + \mathbf{P} \\ &= 14^{\circ} 38' 53,82'' + 39^{\circ} 37' 53,32'' + \\ &1^{\circ} 07' 22,27'' + 0^{\circ} 20' 14,08'' \\ &= \mathbf{55^{\circ} 44' 23,49''}.^{157} \end{aligned}$$

2. Elemen Bessel (x , y , $\sin d$, $\cos d$, μ , l_1 dan l_2)

- a. Elemen x , y , $\sin d$ dan $\cos d$.

¹⁵⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.387-388.



Data Perhitungan 10 Mei 1994

Matahari ¹⁵⁸		Bulan ¹⁵⁹	
α	46° 39' 49,78''	α_1	1° 08' 23,5''
δ	17° 30' 5,47''	δ_1	41° 22' 53,96''

¹⁵⁹ Data Bulan, yakni letak koordinat Bulan (*latitude* dan *longitude*), diperoleh melalui data Epemeris tanggal 10 Mei 1994. Sedangkan data Bulan lainnya, yakni poros semimayor diperoleh melalui data NASA, <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html>. Sedangkan data jarak Bulan dari Bumi, diperoleh melalui laman NASA, yakni https://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_unit.

r	$1^{\circ} 00' 36''$	r_1	$0^{\circ} 00' 09,36''$
-----	----------------------	-------	-------------------------

B	A	d
$0^{\circ} 00' 09,27''$	$46^{\circ} 45' 22,65''$	$17^{\circ} 26' 23,53''$
	a'	d'
	$47^{\circ} 22' 27,69''$	$17^{\circ} 35' 57,01''$

Keterangan:

α = asensio rekta Matahari

α_1 = letak

koordinat Bulan (*latitude*)

δ = deklinasi Matahari

δ_1 = letak

koordinat Bulan (*longitude*)

r = jarak geosentris Matahari (1 AU) r_1 = jarak
Bulan dari Bumi (AU)

$$b = \frac{r_1}{r} \cdot ^{160} \quad a = \alpha$$

$$- \frac{b \sec \delta \cos \delta_1}{1-b} (\alpha_1 - a) \cdot ^{161}$$

$$d = \delta - \frac{b}{1-b} (\delta_1 - \delta) \cdot ^{162}$$

¹⁶⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

Maka,

$$\begin{aligned}x &= r \cos \delta \sin(\alpha - a) \dots (5).^{163} \\&= 1^\circ 00' 36'' \times \cos(17^\circ 30' 5,47'') \times \\&\sin(46^\circ 39' 49,78'' - 0^\circ 0' 6,34'') \\x &= -0^\circ 0' 05,6''\end{aligned}$$

sedangkan

$$\begin{aligned}x' &= r \cos \delta' \sin(\alpha' - a') \\&= 1^\circ 00' 36'' \times \cos(17^\circ 40' 52,56'') \times \\&\sin(47^\circ 19' 58,73'' - 47^\circ 22' 27,69'') \\&= 1^\circ 00' 36'' \times 0^\circ 57' 9,94'' \times (-0^\circ 0' 2,6'') \\x' &= -0^\circ 0' 02,5''\end{aligned}$$

Adapun:

$$\begin{aligned}y &= r [\sin \delta \cos d - \cos \delta \sin d \cos (\alpha - a)] \dots (6).^{164} \\&= 1^\circ 00' 36'' \times [\sin(17^\circ 30' 5,47'') \times \\&\cos 17^\circ 26' 23,53'' - \cos(17^\circ 30' 5,47'') \times \\&\sin(17^\circ 26' 23,53'') \times \cos(46^\circ 39' 49,78'' - \\&46^\circ 45' 22,65'')] \\y &= 0^\circ 0' 03,91''\end{aligned}$$

¹⁶² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

¹⁶³ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391.

¹⁶⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391.

sedangkan

$$\begin{aligned}
 y' &= r [\sin \delta \cos d - \cos \delta \sin d \cos (\alpha - a)] \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times [\sin(17^{\circ} 40' 52,56'') \times \\
 &\quad \cos 17^{\circ} 35' 57,01'' - \cos(17^{\circ} 40' 52,56'') \times \\
 &\quad \sin(17^{\circ} 35' 57,01'') \times \cos(47^{\circ} 19' 58,73'' - \\
 &\quad 47^{\circ} 22' 27,69'')] \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times [(0^{\circ} 18' 13,4'' \times 0^{\circ} 57' 11,5'') - (0^{\circ} \\
 &\quad 57' 9,94'' \times 0^{\circ} 18' 8,48'' \times 1^{\circ} 0' 0'')] \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times [0^{\circ} 17' 22,22'' - 0^{\circ} 17' 17,06'']
 \end{aligned}$$

$$y' = 0^{\circ} 0' 05,21''$$

$$\begin{aligned}
 \sin d &= \sin(17^{\circ} 26' 23,53'') \\
 &= 0^{\circ} 17' 58,94''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos d &= \cos(17^{\circ} 26' 23,53'') \\
 &= 0^{\circ} 57' 14,52''
 \end{aligned}$$

Sehingga, nilai x , y $\sin d$ dan $\cos d$ adalah:

x	Y	$\sin d$	$\cos d$
$-0^{\circ} 0'$ $05,6''$	$0^{\circ} 0'$ $03,91''$	$0^{\circ} 17'$ $58,94''$	$0^{\circ} 57' 14,52''$

b. Elemen μ .

Data Perhitungan

G	a
$-132^{\circ} 15' 1,88''$	$46^{\circ} 45' 22,65''$
G'	a'
$-244^{\circ} 49' 44,96''$	$47^{\circ} 19' 58,73''$

Keterangan:

G = Waktu sideris Epimeris¹⁶⁵.

Maka,

$$\mu = G - \alpha.$$

$$= -132^{\circ} 15' 1,88'' - 46^{\circ} 45' 22,65''$$

$$\mu = -179^{\circ} 00' 24,53''$$

Variasi μ pada tiap jam (μ'):

$$\mu' = G' - \alpha'$$

$$\mu' = G' - (\alpha' - \frac{b \sec \delta' \cos \delta_1'}{1-b} (\alpha_1' - a'))$$

¹⁶⁵ Diperoleh melalui data Epemeris tanggal 10 Mei 1994.

¹⁶⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

$$\begin{aligned}
\mu' &= -244^{\circ} 49' 44,96'' - (47^{\circ} 19' 58,73'' - \\
&\quad (\frac{0^{\circ} 00' 09,27'' \sec 17^{\circ} 40' 52,56'' \cos 49^{\circ} 28' 52,61''}{1 - 0^{\circ} 00' 09,27''}) \times (0^{\circ} 26' \\
&\quad 19,93'' - 23^{\circ} 56' 04,2'')) \\
&= -244^{\circ} 49' 44,96'' - (47^{\circ} 19' 58,73'' - 0^{\circ} 0' 6,34'' \\
&\quad \times (0^{\circ} 26' 19,93'' - 23^{\circ} 56' 04,2'')) \\
&= -244^{\circ} 49' 44,96'' - (47^{\circ} 19' 58,73'' - 0^{\circ} 0' 6,34'' \\
&\quad \times (-23^{\circ} 29' 44,27'')) \\
&= -244^{\circ} 49' 44,96'' - 47^{\circ} 22' 27,69'' \\
&= -292^{\circ} 12' 12,65''
\end{aligned}$$

c. Elemen f_1 dan f_2 .

Data Perhitungan

<i>R</i>	<i>k</i>	<i>r</i>	<i>b</i>
0° 15'	0° 14'	1° 00' 36''	0° 0' 9,27''
50,38''	42,68''		

Keterangan:

R = jarak semidiameter Matahari.¹⁶⁷

k = jarak semidiameter Bulan.¹⁶⁸

Menggunakan rumus:

¹⁶⁷ Data Epemeris Matahari tanggal 10 Mei 1994.

¹⁶⁸ Data Epemeris Bulan tanggal 10 Mei 1994.

$$\sin f_1 = \frac{R+k}{r(1-b)} \dots\dots(14).^{169}$$

$$= \frac{0^\circ 15' 50,38'' + 0^\circ 14' 42,68''}{1^\circ 00' 36'' \times (1 - 0^\circ 0' 9,27'')}^{\cdot}$$

$$\sin f_1 = 0^\circ 30' 19,6''$$

$$f_1 = 30^\circ 21' 39,1''$$

$$\sin f_2 = \frac{R-k}{r(1-b)} \dots\dots(15).^{170}$$

$$= \frac{0^\circ 15' 50,38'' - 0^\circ 14' 42,68''}{1^\circ 00' 36'' \times (1 - 0^\circ 0' 9,27'')}^{\cdot}$$

$$\sin f_2 = 0^\circ 01' 07,2''$$

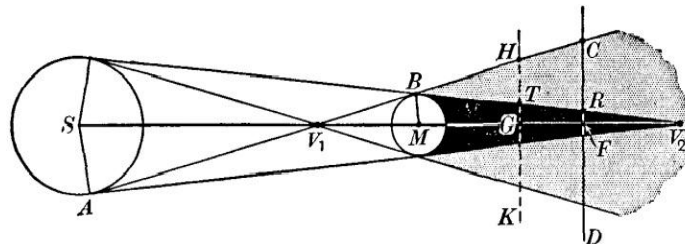
$$f_2 = 1^\circ 04' 10,5''$$

d. Elemen L_1 dan L_2 .

Menggunakan rumus,

$$l_1 = z_1 \tan f_1 + k \sec f_1 \dots\dots(19).$$

$$l_2 = z_2 \tan f_2 + k \sec f_2 \dots\dots(20).$$

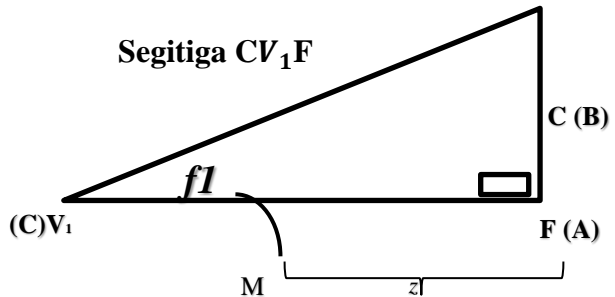


(Sumber: *Textbook on Spherical Astromony*)

¹⁶⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

¹⁷⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

Titik z merupakan titik koordinat pada garis MF pada gambar. Dikarenakan nilai titik z belum diketahui, maka titik z dicari dengan menggunakan rumus trigonometri, sebagaimana perhitungan berikut:



Keterangan:

$$V_1M = k \csc f_1$$

f_1 = Sudut puncak kerucut daerah penumbra

MF = Garis titik koordinat z

Sehingga, untuk mencari z (MF), terlebih dahulu mencari sisi V_1C (a), dikarenakan sisi a telah memiliki besaran sudut, yakni 90° . Untuk mencari sisi a , maka menggunakan persamaan sinus:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{0^\circ 15' 50,38''}{\sin 30^\circ 21' 39,1''}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{0^\circ 15' 50,38''}{0^\circ 30' 19,6''}$$

$$V_1C(a) = 0^\circ 31'20,29''.$$

Setelah menemukan panjang sisi V_1C , maka selanjutnya adalah mencari sisi $V_1F(b)$, menggunakan rumus trigonometri sebagai berikut:

$$\begin{aligned} b &= \sqrt{a^2 - c^2} \\ &= \sqrt{(0^\circ 31'20,29'')^2 - (0^\circ 15' 50,38'')^2} \\ &= \sqrt{0^\circ 15' 50,38'' - 0^\circ 04' 10,9''} \\ &= \sqrt{0^\circ 11'39,48''} \\ b &= 0^\circ 27'09,39'' \end{aligned}$$

Setelah mengetahui panjang sisi V_1F , maka selanjutnya sisi MF (titik koordinat z), dapat dihitung dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} V_1F &= V_1M + MF \\ 0^\circ 27'09,39'' &= k \csc f_1 + MF \\ 0^\circ 27'09,39'' &= (0^\circ 14' 42,68'' \times (\csc(30^\circ 21' 39,1''))) \\ &+ MF \\ 0^\circ 27'09,39'' &= 0^\circ 29'06,34'' + MF \\ 0^\circ 27'09,39'' - 0^\circ 29'06,34'' &= MF \\ - 0^\circ 01'56,95'' &= MF. \end{aligned}$$

Dari penjelasan tersebut, telah diketahui bahwa nilai dari titik koordinat z adalah:

- $0^{\circ} 1' 56,95''$. Namun, koordinat z (MF) tersebut, diukur dalam fungsi \overrightarrow{FM} , yang berarti bahwa garis (titik koordinat) tersebut, memiliki nilai dengan arah positif. Maka, hasil tersebut menjadi,

$$z (z_1) = 0^{\circ} 1' 56,95''.$$

Mencari nilai koordinat z pada puncak kerucut penumbra:

$$\begin{aligned} c_1 &= z_1 + k \operatorname{cosec} f_1 \dots\dots(16).^{171} \\ &= 0^{\circ} 1' 56,95'' + (0^{\circ} 14' 42,68'' \times \\ &(\operatorname{csc}(30^{\circ} 21' 39,1'')))) \\ &= 0^{\circ} 1' 56,95'' + 0^{\circ} 29' 06,34'' \end{aligned}$$

$$c_1 = 0^{\circ} 31' 03,29''$$

Sedangkan nilai koordinat z pada puncak kerucut umbra:

$$\begin{aligned} c_2 &= z_1 - k \operatorname{cosec} f_2 \dots\dots(17).^{172} \\ &= 0^{\circ} 1' 56,95'' - (0^{\circ} 14' 42,68'' \times \\ &(\operatorname{csc}(1^{\circ} 04' 10,5'')))) \\ &= 0^{\circ} 1' 56,95'' - 13^{\circ} 08' 06,43'' \end{aligned}$$

¹⁷¹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

¹⁷² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

$$c_2 = -13^\circ 06' 09,48''$$

Mencari nilai l_1 dan l_2 (sebagai jari-jari pada lingkaran di mana kerucut penumbra dan umbra berpotongan pada bidang dasar), menggunakan rumus:

$$l_1 = z_1 \tan f_1 + k \sec f_1.^{173}$$

$$= (0^\circ 1' 56,95'' \times \tan 30^\circ 21' 39,1'') + (0^\circ 14' 42,68'' \times (\sec(30^\circ 21' 39,1'')))$$

$$= 0^\circ 1' 8,51'' + 0^\circ 17' 2,97''$$

$$l_1 = 0^\circ 18' 11,48''$$

$$l_2 = z_1 \tan f_2 - k \sec f_2.^{174}$$

$$= (0^\circ 1' 56,95'' \times \tan 1^\circ 04' 10,5'') - (0^\circ 14' 42,68'' \times (\sec(1^\circ 04' 10,5'')))$$

$$= 0^\circ 0' 2,18'' - 0^\circ 14' 42,83''$$

$$l_2 = -0^\circ 14' 40,65''$$

¹⁷³ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

¹⁷⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

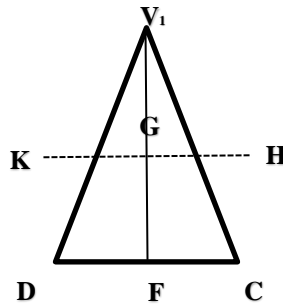
3. Perhitungan Gerhana pada Tiap Tempat

Dalam perhitungan gerhana pada tiap tempat, terlebih dahulu kita menghitung jari-jari pada bidang KH yang disebut $z = \zeta$, yang ditentukan oleh L_1 dan L_2 . Namun, dikarenakan nilai pada bidang KH belum diketahui, maka kita harus mencari terlebih dahulu besarannya, dengan:

$$KH = CD$$

Gunakan segitiga DV_1C ,

Segitiga DV_1C



Diketahui:

$$V_1C = 0^\circ 31'20,29''.$$

$$V_1F = 0^\circ 27'09,39''$$

Maka sisi FC adalah:

$$\begin{aligned} FC &= \sqrt{V_1C^2 - V_1F^2} \\ &= \sqrt{(0^\circ 31'20,29'')^2 - (0^\circ 27'09,39'')^2} \\ &= \sqrt{0^\circ 16'22,08'' - 0^\circ 12' 17,48''} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{0^\circ 04' 04,6''}$$

$$FC = 0^\circ 15' 38,38''$$

Sehingga karena $FC=DF$, maka:

$$\begin{aligned} CD &= (0^\circ 15' 38,38'')^2 \\ &= 0^\circ 04' 04,6'' \end{aligned}$$

Dari perhitungan di atas, telah diketahui bahwa nilai CD adalah $0^\circ 04' 04,6''$. Maka, dapat disimpulkan bahwa panjang sisi KH adalah sama besarnya dengan sisi CD , dikarenakan garis KH dengan CD adalah sejajar.

$$KH (\zeta) = 0^\circ 04' 04,6''.$$

Dalam gambar, garis $GH = L_1$ dan $GT = L_2$, dan dalam permisalan garis GH dan GT , garis $FG = \zeta$. Maka, $FG = KH$. Sehingga, mencari nilai L_1 dan L_2 dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} L_1 &= l_1 - \zeta \tan f_1 \dots (21).^{175} \\ &= 0^\circ 18' 11,48'' - (0^\circ 04' 04,6'' \times (\tan 30^\circ 21' 39,1'')) \\ &= 0^\circ 18' 11,48'' - 0^\circ 02' 23,28'' \end{aligned}$$

$$L_1 = 0^\circ 15' 48,2''.^{176}$$

$$L_2 = l_2 - \zeta \tan f_2 \dots (22).^{177}$$

¹⁷⁵ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

¹⁷⁶ L_1 selalu bernilai positif.

$$= (-0^{\circ} 14' 40,65'') - (0^{\circ} 04' 04,6'' \times (\tan 1^{\circ} 04' 10,5''))$$

$$= (-0^{\circ} 14' 40,65'') - 0^{\circ} 00' 04,57''$$

$$L_2 = -0^{\circ} 14' 45,22''.^{178}$$

Kemudian, menghitung segitiga APX atau (ξ, η, ζ) , menggunakan rumus:

$$\xi = \rho \cos \Phi' \sin h \dots\dots\dots(24).$$

$$\eta = \rho [\sin \Phi' \cos d - \cos \Phi' \sin d \cos h] \dots\dots(25),$$

$$\zeta = \rho [\sin \Phi' \sin d + \cos \Phi' \cos d \cos h] \dots\dots(26).$$

Dimana:

Φ' = lintang geosentris

$$= \tan \Phi : 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi$$

$$h = XPC = \mu - \lambda - 1.0027 \Delta T.^{179}$$

$$= (-179^{\circ} 0' 24,53'') - 0^{\circ} 0' 5,31'' - 1,0027 \times 60$$

Dimana, λ merupakan bujur barat *Greenwich*.

$$XPC = -239^{\circ} 10' 13,04''.$$

Maka, sebelum menghitung rumus ke-24 hingga rumus ke-26, terlebih dahulu kita mencari nilai garis lintang geosentris (Φ') .

¹⁷⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393. hlm.394.

¹⁷⁸ L_2 bernilai negatif.

¹⁷⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

$$\Phi' = \tan \Phi : 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi. \quad ^{180}$$

dimana,

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{2f - f^2} \quad ^{181} \\ &= \sqrt{(2 \times 0^\circ 0' 12,07'') - (0^\circ 0' 12,07'')^2} \\ &= \sqrt{0^\circ 0' 24,14'' - 0^\circ 0' 00,04''} \\ &= 0^\circ 04' 54,75'' \quad ^{182} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{a^{183}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi}} \quad ^{184} \\ &= \frac{6378,137}{\sqrt{1 - (0^\circ 04' 54,75'')^2 \sin^2 (35^\circ 14' 07'')}} \\ &= \frac{6378,137}{\sqrt{1 - 0^\circ 00' 24,13'' \times 0^\circ 19' 58,28''}} \\ &= \frac{6378,137}{0^\circ 59' 55,98''} \\ &= 6385,267215. \end{aligned}$$

Sehingga, lintang geosentris nya adalah:

$$\Phi' = 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi.$$

¹⁸⁰ James R. Clynh, *Geodetic Coordinate Conversions*, (Naval Postgraduate, 2002), hlm.1.

¹⁸¹ George H. Born, *Geodetic and Geocentric Latitude*, hlm.2.

¹⁸² e , merupakan nilai eksentrisitas, yang dihasilkan dari rumus akar kuadran perkalian f atau *flattening* (*ellipticity*), di mana $f = \frac{a}{a-b}$ ($b = 6356.752/\text{jari-jari kutub}$), untuk WGS-84.

¹⁸³ a merupakan jari-jari ekuator.

¹⁸⁴ James R. Clynh, *Geodetic Coordinate Conversions*, (Naval Postgraduate, 2002), hlm.1.

$$\begin{aligned}
&= \frac{1 - (0^\circ 04' 54,75'')^2}{6385,267215 + (-239^\circ 10' 13,04'')} \times \tan(35^\circ 14' 07'') \\
&= 1 - 0^\circ 00' 24,13'' \times (-0^\circ 00' 15,05'') \times \\
&0^\circ 42' 22,84'' \\
\tan \Phi' &= 1^\circ 0' 0,7'' \\
\Phi' &= 45^\circ 0' 20,05''.
\end{aligned}$$

Adapun menghitung ρ (jarak pengamat), menggunakan rumus:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.^{185}$$

sehingga, sebelum menghitung r , terlebih dahulu kita (x , y , z)¹⁸⁶, menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
x &= (R_N + h) \times \cos \Phi \times \cos \lambda. \\
y &= (R_N + h) \times \cos \Phi \times \sin \lambda. \\
z &= ([1 - e^2] \times R_N + h) \times \sin \Phi.^{187}
\end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
x &= (R_N + h) \times \cos \Phi \times \cos \lambda. \\
&= (6385,267215 + (-239^\circ 10' 13,04'')) \times \\
&\cos(35^\circ 14' 07'') \times \cos(100^\circ 10' 46'')
\end{aligned}$$

¹⁸⁵ James R. Clynych, *Geodetical Coordinate Conversions*, (Naval Postgraduate School, 2002), hlm.4.

¹⁸⁶ X , y , dan z merupakan koordinat kartesian.

¹⁸⁷ James R. Clynych, *Geodetical Coordinate Conversions*, (Naval Postgraduate School, 2002), hlm.3.

$$= 6146^{\circ} 05' 48,93'' \times 0^{\circ} 49' 00,44'' \times (-0^{\circ} 10' 36,23'')$$

$$= \mathbf{-887,2050893}.$$

$$y = (R_N + h) \times \cos \Phi \times \sin \lambda.$$

$$= (6385,267215 + (-239^{\circ} 10' 13,04'')) \times \cos(35^{\circ} 14' 07'') \times \sin(100^{\circ} 10' 46'')$$

$$= 6146^{\circ} 05' 48,93'' \times 0^{\circ} 49' 00,44'' \times 0^{\circ} 59' 03,33''$$

$$= \mathbf{4941,048909}.$$

$$z = ([1 - e^2] \times R_N + h) \times \sin \Phi.$$

$$= ([1 - (0^{\circ} 04' 54,75'')^2] \times 6385,267215 + (-239^{\circ} 10' 13,04'')) \times \sin(35^{\circ} 14' 07'').$$

$$= ([1 - 0^{\circ} 00' 24,13''] \times 6385,267215 + (-239^{\circ} 10' 13,04'')) \times 0^{\circ} 34' 36,97''.$$

$$= ((0^{\circ} 59' 35,87'' \times 6385,267215) + (-239^{\circ} 10' 13,04'')) \times 0^{\circ} 34' 36,97''.$$

$$= 6103^{\circ} 17' 52,44'' \times 0^{\circ} 34' 36,97''.$$

$$= \mathbf{3521,212955}.$$

Setelahnya, maka menghitung r , yakni menggunakan rumus:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

=

$$\sqrt{(-887,2050893)^2 + (4941,048909)^2 + (3521,212955)^2}$$

$$= \sqrt{787132,8705 + 24413964,32 + 12398940,67}$$

$$r(\rho) = 36813792,2.$$

Setelah diketahui nilai dari ρ , Φ' serta h , maka dapat dilakukan perhitungan segitiga APX , yakni dengan rumus:

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \Phi' \sin h \dots\dots(24).^{188} \\ &= 36813792,2 \times \cos(45^\circ 0' 20,05'') \times \\ &\sin(-239^\circ 10' 13,04'') \\ &= 22350739,55. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \rho [\sin \Phi' \cos d - \cos \Phi' \sin d \cos h] \dots\dots(25).^{189} \\ &= 36813792,2 \times \\ &[\sin(45^\circ 0' 20,05'') \times 0^\circ 57' 14,52'' - \\ &\cos(45^\circ 0' 20,05'') \times \\ &0^\circ 17' 58,94'' \times \cos(-239^\circ 10' 13,04'')] \\ &= 36813792,2 \times \\ &[0^\circ 42' 25,83'' \times 0^\circ 57' 14,52'' - 0^\circ 42' 25,34'' \times \\ &0^\circ 17' 58,94'' \times (-0^\circ 30' 44,96'')] \\ &= 28835017,64. \end{aligned}$$

$$\zeta = \rho [\sin \Phi' \sin d + \cos \Phi' \cos d \cos h] \dots\dots(26).^{190}$$

¹⁸⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

¹⁸⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

$$\begin{aligned}
&= 36813792,2 \times \\
&[\sin(45^\circ 0' 20,05'') \times 0^\circ 17' 58,94'' + \\
&\cos(45^\circ 0' 20,05'') \times \\
&0^\circ 57' 14,52'' \times \cos(-239^\circ 10' 13,04'')] \\
&= 36813792,2 \times \\
&[(0^\circ 42' 25,83'' \times 0^\circ 17' 58,94'') + (0^\circ 42' 25,34'' \times \\
&0^\circ 57' 14,52'' \times (-0^\circ 30' 44,96''))] \\
&= -4923818,797.
\end{aligned}$$

Mencari koreksi (ξ , η , ζ) per jam, yakni (ξ' , η' , ζ') dengan rumus:

$$\xi' = \mu' \rho \cos \Phi' \sin h$$

$$\eta' = \mu' \rho [\sin \Phi' \cos d - \cos \Phi' \sin d \cos h]$$

$$\zeta' = \mu' \rho [\sin \Phi' \sin d + \cos \Phi' \cos d \cos h]$$

Sehingga perhitungannya adalah,

$$\xi' = \mu' \rho \cos \Phi' \sin h$$

$$\begin{aligned}
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times \\
&\cos(45^\circ 0' 20,05'') \times \sin(-239^\circ 10' 13,04'')
\end{aligned}$$

$$= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times 0^\circ 42' 25,34'' \times (0^\circ$$

$$51' 31,3'')$$

$$= -6530973862$$

¹⁹⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

$$\begin{aligned}
\eta' &= \mu' \rho [\sin \Phi' \cos d - \cos \Phi' \sin d \cos h] \\
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times \\
&\quad [(\sin(45^\circ 0' 20,05'') \times 0^\circ 57' 14,52'') - \\
&\quad (\cos(45^\circ 0' 20,05'') \times \\
&\quad 0^\circ 17' 58,94'' \times \cos(-239^\circ 10' 13,04''))] \\
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times \\
&\quad [(0^\circ 42' 25,83'' \times 0^\circ 57' 14,52'') - (0^\circ 42' 25,34'' \times \\
&\quad 0^\circ 17' 58,94'' \times (-0^\circ 30' 44,96''))] \\
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times 0^\circ 46' 59,76'' \\
&= -8425693087.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\zeta' &= \mu' \rho [\sin \Phi' \sin d + \cos \Phi' \cos d \cos h] \dots (26). \\
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times \\
&\quad [\sin(45^\circ 0' 20,05'') \times 0^\circ 17' 58,94'' + \\
&\quad \cos(45^\circ 0' 20,05'') \times \\
&\quad 0^\circ 57' 14,52'' \times \cos(-239^\circ 10' 13,04'')] \\
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times \\
&\quad [(0^\circ 42' 25,83'' \times 0^\circ 17' 58,94'') + (0^\circ 42' 25,34'' \times \\
&\quad 0^\circ 57' 14,52'' \times (-0^\circ 30' 44,96''))] \\
&= (-292^\circ 12' 12,65'') \times 36813792,2 \times (-0^\circ 08' 01,5'') \\
&= 1438764725
\end{aligned}$$

Kemudian, memperhitungkan nilai L_2 , sebagai syarat keadaan fase cincin, dengan rumus persamaan kuadrat:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = L_2^2 \dots\dots(28).^{191}$$

Dimana,

(x, y) = titik koordinat kartesian pada pusat lingkaran.

(ξ, η) = titik koordinat pengamat.

Sehingga, perhitungannya adalah:

$$((-887,2050893) - 22350739,55)^2 + (4941,048909 - 28835017,64)^2 = L_2^2.$$

$$\sqrt{((-887,2050893) - 22350739,55)^2 + (4941,048909 - 28835017,64)^2} = L_2$$

$$\sqrt{4,995952186 \times 10^{14} + 8,311733162 \times 10^{14}} = L_2.$$

$$36479700,31 = L_2.$$

Kemudian, dikarenakan T merupakan watu yang telah diperhitungkan dalam L_2 (pada rumus ke-22), maka:

$$T = - 0^\circ 14' 45,22''.$$

Adapun $T + t$, menjadi waktu Epemeris yang sesuai dengan permulaan (atau akhir) pada saat terjadinya gerhana, sehingga:

$$T + t = 15^\circ 08' 59'' \text{ (perkiraan awal gerhana).}$$

Sehingga, dapat diperkirakan nilai t adalah:

¹⁹¹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

$$(-0^{\circ} 14' 45,22'') + t = 15^{\circ} 08' 59''$$

$$t = 15^{\circ} 08' 59'' - (-0^{\circ} 14' 45,22'')$$

$$= 15^{\circ} 23' 44,22''.$$

Pada waktu $T + t$, t dinyatakan dalam satuan jam, sehingga:

$$x = x_o + x't. \quad ^{192}$$

$$x_o = x't - x$$

$$= ((-0^{\circ} 0' 2,5'') \times 15^{\circ} 23' 44,22'') - (-887,2050893)$$

$$= 887,1943979.$$

$$y = y_o + y't. \quad ^{193}$$

$$y_o = y't - y$$

$$= (0^{\circ} 0' 5,21'' \times 15^{\circ} 23' 44,22'') - (4941,048909)$$

$$= -4941,026628.$$

$$\xi = \xi_o + \xi't. \quad ^{194}$$

$$\xi_o = \xi't - \xi$$

$$= ((-6530973862) \times 15^{\circ} 23' 44,22'') - (22350739,55)$$

$$= -1,005707208 \times 10^{11}$$

$$\eta = \eta_o + \eta't. \quad ^{195}$$

¹⁹² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

¹⁹³ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

¹⁹⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

$$\begin{aligned}
\eta_o &= \eta^{\circ} t - \eta \\
&= ((-8425693087) \times 15^{\circ} 23' 44,22'') - (28835017,64) \\
&= -1,005707208 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

Masing-masing nilai (x , y , hingga η_o) telah diketahui, maka untuk perhitungan awal atau akhir fase cincin, dapat diperhitungkan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
&[x_o - \xi_o + t(x^{\circ} - \xi^{\circ})]^2 + [y_o - \eta_o + t(y^{\circ} - \eta^{\circ})]^2 = \\
&L_2^2 \dots (29).^{196} \\
&[(887,1943979 - (-1,005707208 \times 10^{11})) + \\
&(15^{\circ} 23' 44,22'' \times ((-0^{\circ} 0' 2,5'') - \\
&(-6530973862)))]^2 + [((-4941,026628) - \\
&(-1,005707208 \times 10^{11})) + (15^{\circ} 23' 44,22'' \times \\
&(0^{\circ} 0' 5,21'' - (-8425693087)))]^2 = L_2^2 \\
&[(1,005707208 \times 10^{11}) + (1,0054837 \times 10^{11})]^2 + \\
&[(1,005707159 \times 10^{11}) + (1,297187409 \times 10^{11})]^2 = \\
&L_2^2 \\
&4,044888868 \times 10^{22} + 5,303323391 \times 10^{22} = L_2^2 \\
&9,348212259 \times 10^{22} = L_2^2 \\
&\sqrt{9,348212259 \times 10^{22}} = L_2
\end{aligned}$$

¹⁹⁵ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

¹⁹⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

$$3,057484629 \times 10^{11} = L_2.$$

Kemudian, menghitung nilai bantuan, yakni M dan m , serta N dan n .

$$m \sin M = x_o - \xi_o, \quad m \cos M = y_o - \eta_o \dots\dots(30).^{197}$$

$$n \sin N = x' - \xi', \quad n \cos N = y' - \eta' \dots\dots(31).^{198}$$

Diketahui bahwa, **nilai M diperoleh melalui $\tan M = (x_o - \xi_o)/(y_o - \eta_o)$** , yang akan memberikan dua nilai pada M , yakni:

$$\begin{aligned} \tan M &= (x_o - \xi_o) \\ &= (887,1943979 - (-1,005707208 \times 10^{11})) \\ &= 1,005707208 \times 10^{11} \end{aligned}$$

$$M = 90$$

dan,

$$\begin{aligned} \tan M &= (y_o - \eta_o) \\ &= ((-4941,026628) + (-1,297480908 \times 10^{11})) \\ &= (-1,297480957 \times 10^{11}) \end{aligned}$$

$$M = -90$$

Adapun nilai m diperoleh melalui rumus:

$$\sqrt{[(x_o - \xi_o)^2 + (y_o - \eta_o)^2]} = m$$

¹⁹⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

¹⁹⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

Sehingga, perhitungan ke-(30), dapat dijabarkan seperti:

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(x_o - \xi_o)^2 + (y_o - \eta_o)^2]} \times \sin M = x_o - \xi_o, \\ & \sqrt{[(887,1943979 - (-1,005707208 \times 10^{11}))^2 + ((-4941,026628) + (-1,297480908 \times 10^{11}))^2]} \times \sin -90^\circ = - \\ & 1,005707208 \times 10^{11} \\ & = (1,641616223 \times 10^{11}) \times -1 = 1,005707208 \times 10^{11}. \\ & = -1,641616223 \times 10^{11} = 1,005707208 \times 10^{11} \end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(887,1943979 - (-1,005707208 \times 10^{11}))^2 + ((-4941,026628) + (-1,297480908 \times 10^{11}))^2]} \times \sin 90^\circ = - \\ & 1,005707208 \times 10^{11} \\ & = (1,641616223 \times 10^{11}) \times 1 = 1,005707208 \times 10^{11}. \\ & = 1,641616223 \times 10^{11} = 1,005707208 \times 10^{11} \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(887,1943979 - (-1,005707208 \times 10^{11}))^2 + ((-4941,026628) + (-1,297480908 \times 10^{11}))^2]} \times \cos -90^\circ = - \\ & 1,005707208 \times 10^{11} \\ & = (1,641616223 \times 10^{11}) \times 0 = 1,005707208 \times 10^{11}. \\ & = 0 = (-1,297480957 \times 10^{11}) \end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned} & \sqrt{[(887,1943979 - ([-1,005707208 \times \\ & 10^{11}]))^2 + ((-4941,026628) + (-1,297480908 \times 10^{11}))^2]} \times \cos 90^\circ = - \\ & 1,005707208 \times 10^{11} \\ & = (1,641616223 \times 10^{11}) \times 0 = 1,005707208 \times 10^{11}. \\ & = 0 = (-1,297480957 \times 10^{11}) \end{aligned}$$

Adapun, **nilai N diperoleh melalui $\tan N = (x' - \xi')/(y' - \eta')$** , yang akan memberikan dua nilai pada M , yakni:

$$\begin{aligned} \tan N &= (x' - \xi') \\ &= ((-0^\circ 0' 2,5'') - (-6530973862)) \\ &= 6530973862 \end{aligned}$$

$$N = 90$$

dan

$$\begin{aligned} \tan N &= (y' - \eta') \\ &= (0^\circ 0' 5,21'' - (-8425693087)) \\ &= 8425693087 \end{aligned}$$

$$N = 90$$

Adapun nilai n diperoleh melalui rumus:

$$\sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} = n$$

Sehingga, perhitungan ke-(31), dapat dijabarkan seperti:

$$\sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} \times \sin N = x' - \xi',$$

$$\sqrt{[((-0^{\circ} 0' 2,5'') - (-6530973862))^2 + \frac{(0^{\circ} 0' 5,21'' - (-8425693087))^2}{(-8425693087)}]} \times$$

$$\sin 90^{\circ} = 6530973862$$

$$= 1,066048421 \times 10^{10} \times 1 = -638374568,8.$$

$$= 1,066048421 \times 10^{10} = -638374568,8.$$

atau,

$$\sqrt{[((-0^{\circ} 0' 2,5'') - (-6530973862))^2 + \frac{(0^{\circ} 0' 5,21'' - (-8425693087))^2}{(-8425693087)}]} \times$$

$$\sin -90^{\circ} = 6530973862$$

$$= 1,066048421 \times 10^{10} \times -1 = -638374568,8.$$

$$= -1,066048421 \times 10^{10} = -638374568,8$$

dan

$$\sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} \times \cos N = y' - \eta'.$$

$$\sqrt{[((-0^{\circ} 0' 2,5'') - (-6530973862))^2 + \frac{(0^{\circ} 0' 5,21'' - (-8425693087))^2}{(-8425693087)}]} \times$$

$$\cos 90^{\circ} = 8425693087$$

$$= 1,066048421 \times 10^{10} \times 0 = 8425693087.$$

$$= 0 = 8425693087.$$

atau,

$$\sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} \times \cos N = y' - \eta'.$$

$$\sqrt{[((-0^{\circ} 0' 2,5'') - (-6530973862))^2 + \frac{(0^{\circ} 0' 5,21'' - (-8425693087))^2}{(-8425693087)}]}$$

$$\times \cos -90^{\circ} = 8425693087$$

$$= 1,066048421 \times 10^{10} \times 0 = 8425693087.$$

$$= 0 = 8425693087.$$

Yang perlu diperhatikan dalam perhitungan ini adalah, bahwa dalam hasil penentuan nilai M dan N , nilai yang dipilih untuk $\sin M$ atau $\sin N$, haruslah memiliki kesamaan nilai (positif atau negatif) dengan $(x_o - \xi_o)$.¹⁹⁹

Sebagaimana dalam perhitungan ke (30), yakni pada rumus $m \sin M = x_o - \xi_o$, nilai 90 adalah nilai yang tepat untuk diterapkan pada jumlah nilai M . Hal ini dikarenakan, jika kita menggunakan nilai 90 pada perhitungan ke (30), maka jumlah $\sin 90^{\circ}$ nilainya akan sama sebagaimana nilai $(x_o - \xi_o)$, yakni sama-sama bernilai positif²⁰⁰.

Adapun dalam perhitungan ke (31), yakni pada rumus $n \sin N = x' - \xi'$, nilai -90 adalah nilai yang tepat untuk

¹⁹⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

²⁰⁰ Nilai dari $\sin 90^{\circ} = 1$, nilai dari $(x_o - \xi_o)$ adalah $1,005707208 \times 10^{11}$.

diterapkan pada jumlah nilai N . Hal ini dikarenakan, jika kita menggunakan nilai -90 pada perhitungan ke (31), maka jumlah $\sin -90^\circ$ nilainya akan sama sebagaimana nilai $(x' - \xi')$, yakni sama-sama bernilai negatif²⁰¹.

Setelah nilai N , n , M , serta m telah diketahui, maka rumus ke (30) dan (31) diaplikasikan ke dalam rumus (29), yang menjadi rumus ke (32), yang dapat dihitung dengan rumus:

$$n^2 t^2 + 2mnt \cos (M - N) + m^2 - L_2^2 = 0 \dots\dots(32).^{202}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} & ((1,066048421 \times 10^{10})^2 \times (15^\circ 23' 44,22'')^2) + ((2 \times \\ & (1,641616223 \times 10^{11}) \times (1,066048421 \times 10^{10}) \times \\ & 15^\circ 23' 44,22'') \times \cos((90) - (-90))) + \\ & ((1,641616223 \times 10^{11})^2) - (36479700,31)^2 = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(1,066048421 \times 10^{10}) \times (15^\circ 23' 44,22'')} + ((2 \times \\ & (1,339008727 \times 10^{10}) \times 867330572,3 \times \\ & 15^\circ 23' 44,22'') \times \cos((90) - (-90))) + \\ & \sqrt{(1,641616223 \times 10^{11}) - (36479700,31)} = 0 \end{aligned}$$

$$405123,1027 + (-5,388596334 \times 10^{22}) + 405123,614 = 0.$$

²⁰¹ Nilai dari $\sin -90^\circ = -1$, nilai dari $(x' - \xi')$ adalah $-638374568,8$.

²⁰² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

Kemudian menghitung sudut Ψ , dengan rumus:

$$L_2 \sin \Psi = m \sin (M - N) \dots (33).^{203}$$

$$L_2 \sin \Psi = m \sin (M) - m \sin (N)$$

$$\sin \Psi = \frac{m \sin (M) - m \sin (N)}{L_2}$$

$$\sin \Psi = \frac{((1,641616223 \times 10^{11}) \times \sin (90^\circ) - ((1,641616223 \times 10^{11}) \times \sin (-90^\circ))}{(36479700,31)^{204}}$$

$$\Psi = 4500,08144.$$

Setelah menemukan nilai dari Ψ , kemudian menghitung t yang menggunakan rumus ke (34), yang didahului dengan mencari nilai dari $\frac{L_2 \cos \Psi}{n}$ yakni:

$$\frac{L_2 \cos \Psi}{n} = \frac{(3,057484629 \times 10^{11}) \cos(4500,08144)}{1,066048421 \times 10^{10}} = -$$

$$28^\circ 40'49,95''$$

Setelah itu, dapat dilakukan perhitungan:

$$t = -\frac{m}{n} \cos(M - N) \pm \frac{L_2 \cos \Psi}{n} \dots (34).^{205}$$

²⁰³ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.397.

²⁰⁴ Menggunakan hasil L_2 pada rumus ke-(28).

²⁰⁵ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.397.

$$\begin{aligned}
t_1 &= -\frac{m}{n} \cos(M - N) + \frac{L_2 \cos \Psi}{n} \\
&= -\frac{(1,641616223 \times 10^{11})}{(1,066048421 \times 10^{10})} \times -1 + (-28^\circ 40'49,95") \\
&= 15,39907748 + (-28^\circ 40'49,95") \\
&= 44^\circ 04'46,63"
\end{aligned}$$

Karena hasilnya adalah $44^\circ 04'46,63"$, maka harus disesuaikan dengan nilai waktu satu hari yakni $24^\circ 0'0"$. Maka t_1 ,

$$44^\circ 04'46,63" - 24^\circ 0'0" = 20^\circ 04'46,63".$$

dan

$$\begin{aligned}
t_2 &= -\frac{m}{n} \cos(M - N) - \frac{L_2 \cos \Psi}{n} \\
&= -\frac{(1,641616223 \times 10^{11})}{(1,066048421 \times 10^{10})} \times -1 - (-28^\circ 40'49,95") \\
&= 15,39907748 - (-28^\circ 40'49,95") \\
&= -13^\circ 16'53,27"
\end{aligned}$$

Maka hasil awal waktu gerhana,

$$T_1 - \frac{m_1}{n_1} \cos(M_1 - N_1) - \tau_1 \text{ adalah,}$$

$$44^{\circ} 04'46,63'' - 13^{\circ} 16'53,27'' = 30^{\circ} 47'53,36''.$$

Karena hasilnya adalah $30^{\circ} 47'53,36''$ (lebih dari 24 jam), maka hasil itu harus dibagi 2, karena durasi gerhana terdiri dari awal dan akhir gerhana, maka

$$30^{\circ} 47'53,36'' \div 2 = 15^{\circ} 23'56,68''$$

Maka, awal gerhana pada tanggal 10 Mei 1994, terjadi pada pukul $15^{\circ} 23'56,68''$ GMT.

Lampiran VI

Tahap Perhitungan Gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy* pada tanggal 9 Maret 2016.

Tahap perhitungannya adalah sebagai berikut:

1. Elemen Bessel (x , y , $\sin d$, $\cos d$, μ , l_1 dan l_2)
 - a. Elemen x , y , $\sin d$ dan $\cos d$.

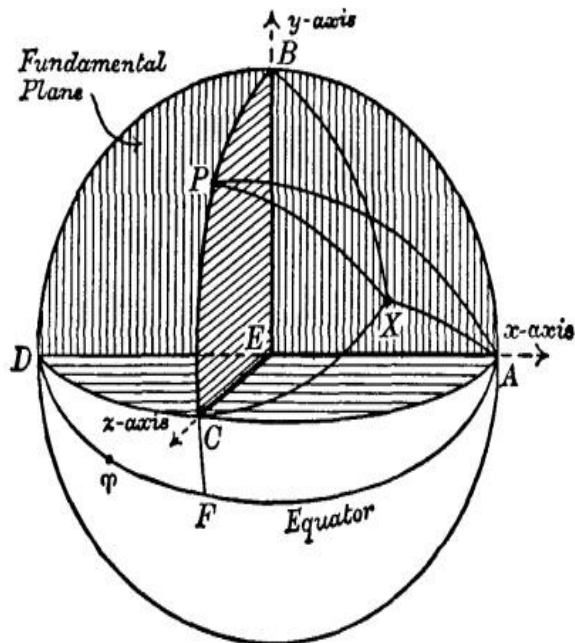


Fig. 144.

Data Perhitungan 9 Maret 2016

Matahari ²⁰⁶		Bulan ²⁰⁷	
α	349° 44' 53,38"	α_1	0° 22' 25,75"
δ	-4° 24' 41,1"	δ_1	347° 44' 31,52"
r	1° 00' 36"	r_1	0° 00' 09,36"

B	a	d
0° 00' 09,27"	350° 37' 55,84"	-5° 19' 13,99"
	a'	d'
	350° 40' 00,23"	-5° 18' 54,87"

²⁰⁶ Data Matahari yang terdiri atas asensio rekta (RA), deklinasi serta jarak geosentris, diperoleh melalui data Epemeris tanggal 9 Maret 2016.

²⁰⁷ Data Bulan, yakni letak koordinat Bulan (*latitude* dan *longitude*), diperoleh melalui data Epemeris tanggal 9 Maret 2016. Sedangkan data Bulan lainnya, yakni poros semimayor diperoleh melalui data NASA, <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html>. Sedangkan data jarak Bulan dari Bumi, diperoleh melalui laman NASA, yakni https://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_unit.

Keterangan:

α = asensio rekta Matahari

α_1 = letak

koordinat Bulan (*latitude*)

δ = deklinasi Matahari

δ_1 = letak

koordinat Bulan (*longitude*)

r = jarak geosentris Matahari (1 AU) r_1 = jarak
Bulan dari Bumi (AU)

$$b = \frac{r_1}{r} {}^{208}$$

$$a = \alpha$$

$$- \frac{b \sec \delta \cos \delta_1}{1-b} (\alpha_1 - a) {}^{209}$$

$$d = \delta - \frac{b}{1-b} (\delta_1 - \delta) {}^{210}$$

Maka,

$$x = r \cos \delta \sin(\alpha - a) \dots (5) {}^{211}$$

$$= 1^\circ 00' 36'' \times$$

$$\cos(-4^\circ 24' 41,1'') \times \sin(349^\circ 44' 53,38'' -$$

$$350^\circ 37' 55,84'')$$

$$x = -0^\circ 0' 55,93''$$

²⁰⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

²⁰⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

²¹⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

²¹¹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391.

sedangkan

$$\begin{aligned}
 x' &= r \cos \delta' \sin(\alpha' - a') \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times \\
 &\cos(-4^{\circ} 24' 19,96'') \times \sin(349^{\circ} 45' 43,22'' - \\
 &350^{\circ} 40' 0,23'') \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times 0^{\circ} 59' 49,36'' \times (-0^{\circ} 0' 56,84'') \\
 x' &= -0^{\circ} 0' 57,24''
 \end{aligned}$$

Adapun:

$$\begin{aligned}
 y &= r [\sin \delta \cos d - \cos \delta \sin d \cos (\alpha - a)] \dots (6)^{212} \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times [\sin(-4^{\circ} 24' 41,1'') \times \\
 &\cos -5^{\circ} 19' 13,99'' - \cos(-4^{\circ} 24' 41,1'') \times \\
 &\sin(-5^{\circ} 19' 13,99'') \times \cos(349^{\circ} 44' 53,38'' - \\
 &350^{\circ} 37' 55,84'')] \\
 y &= 0^{\circ} 0' 57,65''
 \end{aligned}$$

sedangkan

$$\begin{aligned}
 y' &= r [\sin \delta' \cos d' - \cos \delta' \sin d' \cos (\alpha' - a')] \\
 &= 1^{\circ} 00' 36'' \times [\sin(-4^{\circ} 24' 19,96'') \times \\
 &\cos(-5^{\circ} 18' 54,87'') - \cos(-4^{\circ} 24' 19,96'') \times \\
 &\sin(-5^{\circ} 18' 54,87'') \times \cos(349^{\circ} 45' 43,22'' - \\
 &350^{\circ} 40' 0,23'')]
 \end{aligned}$$

²¹² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.391.

$$\begin{aligned}
&= 1^{\circ} 00' 36'' \times [(-0^{\circ} 04' 36,54'' \times 0^{\circ} 59' 44,52'') - \\
&\quad (0^{\circ} 59' 49,36'' \times (-0^{\circ} 05' 33,49'')) \times \\
&\quad 0^{\circ} 59' 59,55'')] \\
&= 1^{\circ} 00' 36'' \times [-0^{\circ} 04' 35,33'' - (-0^{\circ} 05' 32,46'')] \\
y' &= 0^{\circ} 0' 57,7'' \\
\sin d &= \sin(-5^{\circ} 19' 13,99'') \\
&= -0^{\circ} 05' 33,82'' \\
\cos d &= \cos(-5^{\circ} 19' 13,99'') \\
&= 0^{\circ} 59' 44,49''
\end{aligned}$$

Sehingga, nilai x , y $\sin d$ dan $\cos d$ adalah:

X	Y	$\sin d$	$\cos d$
$-0^{\circ} 0'$ $55,93''$	$0^{\circ} 0'$ $57,65''$	$-0^{\circ} 05'$ $33,82''$	$0^{\circ} 59' 44,49''$

b. Elemen μ .

Data Perhitungan

G	a
$167^{\circ} 05' 22,53''$	$350^{\circ} 37' 55,84''$
G'	a'
$182^{\circ} 07' 50,08''$	$350^{\circ} 40' 0,23''$

Keterangan:

G = Waktu sideris Epimeris²¹³.

Maka,

$$\mu = G - \alpha^{214}$$

$$= 167^{\circ} 05' 22,53'' - 350^{\circ} 37' 55,84''$$

$$\mu = -183^{\circ} 32' 33,31''$$

Variasi μ pada tiap jam (μ'):

$$\mu' = G' - \alpha'$$

$$\mu' = 182^{\circ} 07' 50,08'' - 350^{\circ} 40' 0,23''$$

$$= -168^{\circ} 32' 10,15''$$

c. Elemen f_1 dan f_2 .

Data Perhitungan

R	k	r	b
$0^{\circ} 16' 6,48''$	$0^{\circ} 16' 33,02''$	$1^{\circ} 00' 36''$	$0^{\circ} 0' 9,27''$

Keterangan:

R = jarak semidiameter Matahari.²¹⁵

k = jarak semidiameter Bulan.

²¹³ <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>.

²¹⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.392.

²¹⁵ Data Epemeris tanggal 10 Mei 1994.

Menggunakan rumus:

$$\sin f_1 = \frac{R+k}{r(1-b)} \dots\dots(14).^{216}$$

$$= \frac{0^\circ 16' 6,48'' + 0^\circ 16' 33,02''}{1^\circ 00' 36'' \times (1-0^\circ 0' 9,27'')}$$

$$\sin f_1 = 0^\circ 32' 25,11''$$

$$f_1 = 32^\circ 42' 16,67''$$

$$\sin f_2 = \frac{R-k}{r(1-b)} \dots\dots(15).^{217}$$

$$= \frac{0^\circ 16' 6,48'' + 0^\circ 16' 33,02''}{1^\circ 00' 36'' \times (1-0^\circ 0' 9,27'')}$$

$$\sin f_2 = -0^\circ 0' 26,35''$$

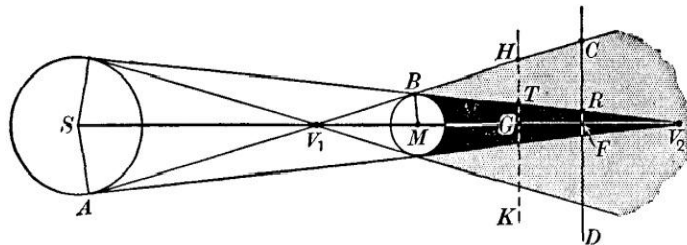
$$f_2 = -0^\circ 25' 9,76''$$

d. Elemen L_1 dan L_2 .

Menggunakan rumus,

$$l_1 = z_1 \tan f_1 + k \sec f_1 \dots\dots(19).$$

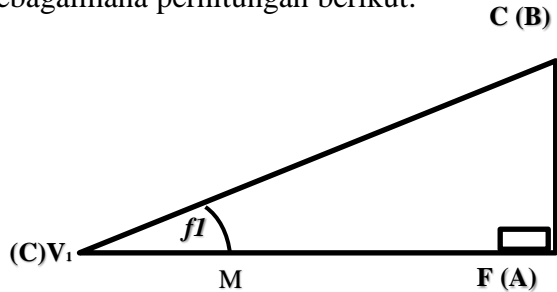
$$l_2 = z_2 \tan f_2 + k \sec f_2 \dots\dots(20).$$



²¹⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

²¹⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

Titik z merupakan titik koordinat pada garis MF pada gambar. Dikarenakan nilai titik z belum diketahui, maka titik z dicari dengan menggunakan rumus trigonometri, sebagaimana perhitungan berikut:



Keterangan:

$$V_1M = k \csc f_1$$

f_1 = Sudut puncak kerucut daerah penumbra

MF = Garis titik koordinat z

Sehingga, untuk mencari z (MF), terlebih dahulu mencari sisi V_1C (a), dikarenakan sisi a telah memiliki besaran sudut, yakni 90° . Untuk mencari sisi a , maka menggunakan persamaan sinus:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{0^\circ 16' 6,48''}{\sin 32^\circ 42' 16,67''}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{0^\circ 16' 6,48''}{0^\circ 32' 25,11''}$$

$$V_1C(a) = 0^\circ 29'48,76''.$$

Setelah menemukan panjang sisi V_1C , maka selanjutnya adalah mencari sisi $V_1F(b)$, menggunakan rumus trigonometri sebagai berikut:

$$\begin{aligned} b &= \sqrt{a^2 - c^2} \\ &= \sqrt{(0^\circ 29'48,76'')^2 - (0^\circ 16' 6,48'')^2} \\ &= \sqrt{0^\circ 14' 48,8'' - 0^\circ 04' 19,47''} \\ b &= 0^\circ 25'05,19'' \end{aligned}$$

Setelah mengetahui panjang sisi V_1F , maka selanjutnya sisi MF (titik koordinat z), dapat dihitung dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} V_1F &= V_1M + MF \\ 0^\circ 25'05,19'' &= k \csc f_1 + MF \\ 0^\circ 25'05,19'' &= (0^\circ 16' 33,02'' \times (\csc(32^\circ 42' 16,67''))) \\ &+ MF \\ 0^\circ 25'05,19'' &= 0^\circ 30'37,88'' + MF \\ 0^\circ 25'05,19'' - 0^\circ 30'37,88'' &= MF \\ - 0^\circ 05'32,69'' &= MF. \end{aligned}$$

Dari penjelasan tersebut, telah diketahui bahwa nilai dari titik koordinat z adalah:

- $0^{\circ} 5' 32,69''$. Namun, koordinat z (MF) tersebut, diukur dalam fungsi \overrightarrow{FM} , yang berarti bahwa garis (titik koordinat) tersebut, memiliki nilai dengan arah positif. Maka, hasil tersebut menjadi,

$$z(z_1) = 0^{\circ} 5' 32,69''.$$

Mencari nilai koordinat z pada puncak kerucut penumbra:

$$\begin{aligned} c_1 &= z_1 + k \operatorname{cosec} f_1 \dots\dots(16).^{218} \\ &= 0^{\circ} 5' 32,69'' + (0^{\circ} 16' 33,02'' \times \\ &\quad (\operatorname{csc}(32^{\circ} 42' 16,67'')) \\ &= 0^{\circ} 5' 32,69'' + 0^{\circ} 30' 37,88'' \end{aligned}$$

$$c_1 = 0^{\circ} 36' 10,57''$$

Sedangkan nilai koordinat z pada puncak kerucut umbra:

$$c_2 = z_1 - k \operatorname{cosec} f_2 \dots\dots(17).^{219}$$

²¹⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

²¹⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

$$= 0^{\circ} 5' 32,69'' - (0^{\circ} 16' 33,02'' \times (\csc(-0^{\circ} 25' 9,76'')))$$

$$= 0^{\circ} 5' 32,69'' - (-37^{\circ} 41' 08,52'')$$

$$c_2 = 37^{\circ} 46' 41,21''$$

Mencari nilai l_1 dan l_2 (sebagai jari-jari pada lingkaran di mana kerucut penumbra dan umbra berpotongan pada bidang dasar), menggunakan rumus:

$$l_1 = z_1 \tan f_1 + k \sec f_1^{220}$$

$$= (0^{\circ} 5' 32,69'' \times \tan 32^{\circ} 42' 16,67'') + (0^{\circ} 16' 33,02'' \times (\sec(32^{\circ} 42' 16,67'')))$$

$$= 0^{\circ} 3' 33,62'' + 0^{\circ} 19' 40,11''$$

$$l_1 = 0^{\circ} 23' 13,73''$$

$$l_2 = z_1 \tan f_2 - k \sec f_2^{221}$$

$$= (0^{\circ} 5' 32,69'' \times \tan(-0^{\circ} 25' 9,76'')) - (0^{\circ} 16' 33,02'' \times (\sec((-0^{\circ} 25' 9,76'')))$$

²²⁰ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

²²¹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

$$= -0^{\circ} 0' 2,44'' - 0^{\circ} 16' 33,05''$$

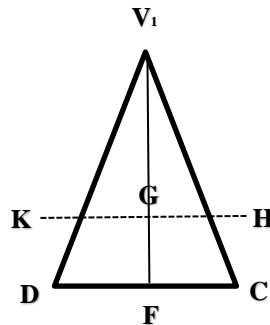
$$l_2 = - 0^{\circ} 16' 35,49''$$

4. Perhitungan Gerhana pada Tiap Tempat

Dalam perhitungan gerhana pada tiap tempat, terlebih dahulu kita menghitung jari-jari pada bidang KH yang disebut $z = \zeta$, yang ditentukan oleh L_1 dan L_2 . Namun, dikarenakan nilai pada bidang KH belum diketahui, maka kita harus mencari terlebih dahulu besarnya, dengan:

$$KH = CD$$

Gunakan segitiga DV_1C ,



Diketahui:

$$V_1C = 0^{\circ} 29' 48,76''.$$

$$V_1F = 0^{\circ} 25' 05,19''.$$

Maka sisi FC adalah:

$$\begin{aligned}
FC &= \sqrt{V_1 C^2 - V_1 F^2} \\
&= \sqrt{(0^\circ 29' 48,76'')^2 - (0^\circ 25' 05,19'')^2} \\
&= \sqrt{0^\circ 14' 48,8'' - 0^\circ 10' 29,33''} \\
&= \sqrt{0^\circ 04' 19,47''}
\end{aligned}$$

$$FC = 0^\circ 16' 6,48''$$

Sehingga karena $FC=DF$, maka:

$$\begin{aligned}
CD &= (0^\circ 16' 6,48'')^2 \\
&= 0^\circ 04' 19,47''
\end{aligned}$$

Dari perhitungan di atas, telah diketahui bahwa nilai CD adalah $0^\circ 04' 19,47''$. Maka, dapat disimpulkan bahwa panjang sisi KH adalah sama besarnya dengan sisi CD , dikarenakan garis KH dengan CD adalah sejajar.

$$KH (\zeta) = 0^\circ 04' 19,47''.$$

Dalam gambar, garis $GH = L_1$ dan $GT = L_2$, dan dalam permisalan garis GH dan GT , garis $FG = \zeta$. Maka, $FG = KH$. Sehingga, mencari nilai L_1 dan L_2 dengan perhitungan:

$$\begin{aligned}
L_1 &= l_1 - \zeta \tan f_1 \dots (21).^{222} \\
&= 0^\circ 23' 13,73'' - (0^\circ 04' 19,47'' \times \\
&\quad (\tan 32^\circ 42' 16,67''))
\end{aligned}$$

²²² William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.393.

$$= 0^{\circ} 23' 13,73'' - 0^{\circ} 02' 46,61''$$

$$L_1 = 0^{\circ} 20' 27,12''.^{223}$$

$$L_2 = l_2 - \zeta \tan f_2 \dots (22).^{224}$$

$$= (-0^{\circ} 16' 35,49'') - (0^{\circ} 04' 19,47'' \times (\tan -0^{\circ} 25' 9,76''))$$

$$= (-0^{\circ} 16' 35,49'') - (-0^{\circ} 00' 01,9'')$$

$$L_2 = -0^{\circ} 16' 33,59''.^{225}$$

Kemudian, menghitung segitiga APX atau (ξ, η, ζ) , menggunakan rumus:

$$\xi = \rho \cos \Phi' \sin h \dots (24).$$

$$\eta = \rho [\sin \Phi' \cos d - \cos \Phi' \sin d \cos h] \dots (25),$$

$$\zeta = \rho [\sin \Phi' \sin d + \cos \Phi' \cos d \cos h] \dots (26).$$

Dimana:

$\Phi' = \text{lintang geosentris}$

$$= \tan \Phi : 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi$$

$$h (XPC) = \mu - \lambda - 1.0027 \Delta T. ^{226}$$

$$= (-183^{\circ} 32' 33,31'') - 0^{\circ} 0' 5,31'' - 1,0027 \times 69$$

Dimana, λ merupakan bujur barat *Greenwich*.

²²³ L_1 selalu bernilai positif.

²²⁴ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.394.

²²⁵ L_2 bernilai negatif.

²²⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

$$XPC = -252^{\circ} 43' 49,3''.$$

Maka, sebelum menghitung rumus ke-24 hingga rumus ke-26, terlebih dahulu kita mencari nilai garis lintang geosentris (Φ').

$$\Phi' = \tan \Phi : 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi. \quad ^{227}$$

dimana,

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{2f - f^2} \quad ^{228} \\ &= \sqrt{(2 \times 0^{\circ} 0' 12,07'') - (0^{\circ} 0' 12,07'')^2} \\ &= \sqrt{0^{\circ} 0' 24,14'' - 0^{\circ} 0' 00,04''} \\ &= 0^{\circ} 04' 54,75'' \quad ^{229} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{a^{230}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi}}. \quad ^{231} \\ &= \frac{6378,137}{\sqrt{1 - (0^{\circ} 04' 54,75'')^2 \sin^2 (-02^{\circ} 46' 20'')}} \\ &= \frac{6378,137}{\sqrt{1 - 0^{\circ} 00' 24,13'' \times 0^{\circ} 0' 8,42''}} \\ &= \frac{6378,137}{0^{\circ} 59' 59,97''} \end{aligned}$$

²²⁷ James R. Clynych, "Geodetic Coordinate Conversions", Naval Postgraduate, (2002), hlm.1.

²²⁸ George H. Born, *Geodetic and Geocentric Latitude*, (tt: tp, tth), hlm.2.

²²⁹ e , merupakan nilai eksentrisitas, yang dihasilkan dari rumus akar kuadran perkalian f atau *flattening (ellipticity)*, di mana $f = \frac{a}{a-b}$ ($b = 6356.752/\text{jari-jari kutub}$), untuk WGS-84.

²³⁰ a merupakan jari-jari ekuator.

²³¹ James R. Clynych, *Geodetic Coordinate Conversions*, hlm.1.

$$= 6378,190152.$$

Sehingga, lintang geosentris nya adalah:

$$\begin{aligned}\Phi' &= 1 - e^2 \times \frac{R_N}{R_N + h} \times \tan \Phi. \\ &= 1 - (0^\circ 04' 54,75'')^2 \times \frac{6378,190152}{6378,190152 + (-252^\circ 43' 49,3'')} \\ &\times \tan(-2^\circ 46' 20'') \\ &= 1 - 0^\circ 00' 24,13'' \times 1^\circ 02' 28,53'' \times (-0^\circ 02' 54,32'') \\ \tan \Phi' &= 1^\circ 00' 01,22'' \\ \Phi' &= 45^\circ 0' 34,94''.\end{aligned}$$

Adapun menghitung ρ (jarak pengamat), menggunakan rumus:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.^{232}$$

sehingga, sebelum menghitung r , terlebih dahulu kita (x , y , z)²³³, menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}x &= (R_N + h) \times \cos \Phi \times \cos \lambda. \\ y &= (R_N + h) \times \cos \Phi \times \sin \lambda. \\ z &= ([1 - e^2] \times R_N + h) \times \sin \Phi.^{234}\end{aligned}$$

Maka,

$$x = (R_N + h) \times \cos \Phi \times \cos \lambda.$$

²³² James R. Clynych, *Geodetic Coordinate Conversions*, hlm.4.

²³³ x , y , dan z merupakan koordinat kartesian.

²³⁴ James R. Clynych, *Geodetical Coordinate Conversions*, hlm.3.

$$\begin{aligned}
&= (6378,190152 + (-252^{\circ} 43' 49,3'')) \times \\
&\cos(-2^{\circ} 46' 20'') \times \cos(104^{\circ} 24' 53'') \\
&= 6125^{\circ} 27' 35,25'' \times 0^{\circ} 59' 55,79'' \times (- \\
&0^{\circ} 14' 56,18'') \\
&= \mathbf{-1523,081909}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y &= (R_N + h) \times \cos \Phi \times \sin \lambda. \\
&= (6378,190152 + (-252^{\circ} 43' 49,3'')) \times \\
&\cos(-2^{\circ} 46' 20'') \times \sin(104^{\circ} 24' 53'') \\
&= 6125^{\circ} 27' 35,25'' \times 0^{\circ} 49' 00,44'' \times 0^{\circ} 58' 06,67'' \\
&= \mathbf{4845,703746}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z &= ([1 - e^2] \times R_N + h) \times \sin \Phi. \\
&= ([1 - (0^{\circ} 04' 54,75'')^2] \times 6378,190152 + (-252^{\circ} \\
&43' 49,3'')) \times \sin(-2^{\circ} 46' 20''). \\
&= ([1 - 0^{\circ} 00' 24,13''] \times 6378,190152 + (-252^{\circ} 43' \\
&49,3'')) \times (-0^{\circ} 2' 54,12''). \\
&= ((0^{\circ} 59' 35,87'' \times 6378,190152) + ((-252^{\circ} 43' \\
&49,3'') \times (-0^{\circ} 2' 54,12'')). \\
&= 6335^{\circ} 26' 18,82'' \times 12^{\circ} 13' 25,41''. \\
&= \mathbf{77442,65873}.
\end{aligned}$$

Setelahnya, maka menghitung r , yakni menggunakan rumus:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

$$\begin{aligned}
&= \\
&\sqrt{(-1523,081909)^2 + (4845,703746)^2 + (77442,65873)^2} \\
&= \sqrt{2319778,502 + 23480844,79 + 5997365391} \\
\mathbf{r(\rho) = 6020847759.}
\end{aligned}$$

Setelah diketahui nilai dari ρ , Φ serta h , maka dapat dilakukan perhitungan segitiga APX , yakni dengan rumus:

$$\begin{aligned}
\xi &= \rho \cos \Phi \sin h \dots\dots\dots(24).^{235} \\
&= 6020847759 \times \cos(45^\circ 0' 34,94'') \times \\
&\sin(-252^\circ 43' 49,3'') \\
&= 4064763292.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta &= \rho [\sin \Phi \cos d - \cos \Phi \sin d \cos h] \dots\dots(25).^{236} \\
&= 6020847759 \times \\
&[\sin(45^\circ 0' 34,94'') \times 0^\circ 59' 44,49'' - \\
&\cos(45^\circ 0' 34,94'') \times \\
&-0^\circ 5' 33,82'' \times \cos(-252^\circ 43' 49,3'')] \\
&= 6020847759 \times \\
&[(0^\circ 42' 26,02'' \times 0^\circ 59' 44,49'') - 0^\circ 42' 25,15'' \times \\
&-0^\circ 5' 33,82'' \times (-0^\circ 17' 48,73'')] \\
&= 4122588014.
\end{aligned}$$

²³⁵ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

²³⁶ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

$$\begin{aligned}
\zeta &= \rho [\sin \Phi \sin d + \cos \Phi \cos d \cos h] \dots (26).^{237} \\
&= 6020847759 \times [(\sin(45^\circ 0' 34,94'')) \times \\
&\quad (-0^\circ 5' 33,82'')) + (\cos(45^\circ 0' 34,94'')) \times \\
&\quad 0^\circ 59' 44,49'' \times \cos(-252^\circ 43' 49,3''))] \\
&= 6020847759 \times \\
&\quad [\\
&\quad (0^\circ 42' 26,02'' \times (-0^\circ 5' 33,82'')) + (0^\circ 42' 25,15'' \times \\
&\quad 0^\circ 59' 44,49'' \times (-0^\circ 17' 48,73''))] \\
&= -1653071860.
\end{aligned}$$

Mencari koreksi (ξ , η , ζ) per jam, yakni (ξ' , η' , ζ') dengan rumus:

$$\xi' = \mu' \rho \cos \Phi \sin h$$

$$\eta' = \mu' \rho [\sin \Phi \cos d - \cos \Phi \sin d \cos h]$$

$$\zeta' = \mu' \rho [\sin \Phi \sin d + \cos \Phi \cos d \cos h]$$

Sehingga perhitungannya adalah,

$$\begin{aligned}
\xi' &= \mu' \rho \cos \Phi \sin h.^{238} \\
&= (-168^\circ 32' 10,15'') \times 6020847759 \times \\
&\quad \cos(45^\circ 0' 34,94'') \times \sin(-252^\circ 43' 49,3'')
\end{aligned}$$

²³⁷ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

²³⁸ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.395.

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times 0^{\circ} 42' 25,15'' \times (-0^{\circ} 17' 48,73'')$$

$$= 2,12974253 \times 10^{11}.$$

$$\eta = \mu \rho [\sin \Phi \cos d - \cos \Phi \sin d \cos h].$$

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times [(\sin(45^{\circ} 0' 34,94'') \times 0^{\circ} 59' 44,49'') - (\cos(45^{\circ} 0' 34,94'') \times (-0^{\circ} 5' 33,82'') \times \cos(-252^{\circ} 43' 49,3''))]$$

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times [(0^{\circ} 42' 26,02'' \times 0^{\circ} 59' 44,49'') - (0^{\circ} 42' 25,15'' \times (-0^{\circ} 5' 33,82'') \times (-0^{\circ} 17' 48,73''))]$$

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times 0^{\circ} 41' 04,99'' \\ = -6,948057164 \times 10^{11}.$$

$$\zeta = \mu \rho [\sin \Phi \sin d + \cos \Phi \cos d \cos h] \dots (26).$$

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times [(\sin(45^{\circ} 0' 34,94'') \times (-0^{\circ} 5' 33,82'')) + \cos(45^{\circ} 0' 34,94'') \times 0^{\circ} 59' 44,49'' \times \cos(-252^{\circ} 43' 49,3'')]$$

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times [(0^{\circ} 42' 26,02'' \times (-0^{\circ} 5' 33,82'')) + (0^{\circ} 42' 25,15'' \times 0^{\circ} 59' 44,49'' \times (-0^{\circ} 17' 48,73''))]$$

$$= (-168^{\circ} 32' 10,15'') \times 6020847759 \times (-0^{\circ} 16' 28,41'')$$

$$= 2,786027197 \times 10^{11}.$$

Kemudian, memperhitungkan nilai L_2 , sebagai syarat keadaan fase cincin, dengan rumus persamaan kuadrat:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = L_2^2 \dots\dots(28).$$

Dimana,

(x, y) = titik koordinat kartesian pada pusat lingkaran.

(ξ, η) = titik koordinat pengamat.

Sehingga, perhitungannya adalah:

$$((-1523,081909) - 4064763292)^2 +$$

$$(4845,703746 - 4122588014)^2 = L_2^2.$$

$$\sqrt{1,6522313 \times 10^{19} + 1,699569198 \times 10^{19}} = L_2.$$

$$5789473636 = L_2.$$

Kemudian, dikarenakan T merupakan waktu yang telah diperhitungkan dalam L_2 (pada rumus ke-22), maka:

$$T = -0^{\circ} 16' 33,59''.$$

Adapun $T + t$, menjadi waktu Epemeris yang sesuai dengan permulaan (atau akhir) pada saat terjadinya gerhana, sehingga:

$$T + t = 15^{\circ} 08' 59'' \text{ (perkiraan awal gerhana).}$$

Sehingga, dapat diperkirakan nilai t adalah:

$$(-0^{\circ} 16' 33,59'') + t = 23^{\circ} 30' 59''$$

$$t = 23^{\circ} 30' 59'' - (-0^{\circ} 16' 33,59'')$$

$$= 23^{\circ} 47' 32,59''.$$

Pada waktu $T + t$, t dinyatakan dalam satuan jam, sehingga:

$$x = x_o + x^{\circ}t$$

$$x_o = x^{\circ}t - x$$

$$= ((-0^{\circ} 0' 57,24'') \times 23^{\circ} 47' 32,59'') - (-1523,081909)$$

$$= 1522,70361$$

$$y = y_o + y^{\circ}t,$$

$$y_o = y^{\circ}t - y$$

$$= (0^{\circ} 0' 57,65'' \times 23^{\circ} 47' 32,59'') - (4845,703746)$$

$$= -4845,322737.$$

$$\zeta = \zeta_o + \zeta^{\circ}t,$$

$$\zeta_o = \zeta^{\circ}t - \zeta$$

$$= ((2,12974253 \times 10^{11}) \times 23^{\circ} 47' 32,59'') - (4064763292)$$

$$= 5,063100896 \times 10^{12}.$$

$$\eta = \eta_o + \eta^{\circ}t.$$

$$\eta_o = \eta^{\circ}t - \eta$$

$$= ((-6,948057164 \times 10^{11}) \times 23^{\circ} 47' 32,59'') - (4122588014)$$

$$= -1,653520846 \times 10^{13}.$$

Masing-masing nilai (x , y , hingga η_o) telah diketahui, maka untuk perhitungan awal atau akhir fase cincin, dapat diperhitungkan menggunakan rumus:

$$[x_o - \xi_o + t(x' - \xi')]^2 + [y_o - \eta_o + t(y' - \eta')]^2 = L_2^2 \dots (29).$$

$$\begin{aligned} & [(1522,70361 - (5,063100896 \times 10^{12})) + \\ & (23^\circ 47' 32,59'' \times ((-0^\circ 0' 57,24'') - (-2,12974253 \times \\ & 10^{11})))^2 + [((-4845,322737) - (-1,653520846 \times \\ & 10^{13})) + (23^\circ 47' 32,59'' \times (0^\circ 0' 57,65'' - \\ & (-6,948057164 \times 10^{11})))^2 = L_2^2 \\ & [(-5,063100894 \times 10^{12}) + (5,067165659 \times 10^{12})]^2 + \\ & [(1,653520846 \times 10^{13}) + (1,653108588 \times 10^{13})]^2 = \\ & L_2^2 \end{aligned}$$

$$1,652231451 \times 10^{19} + 1,093379821 \times 10^{27} = L_2^2$$

$$1,093379838 \times 10^{27} = L_2^2$$

$$\sqrt{1,093379838 \times 10^{27}} = L_2$$

$$3,306629459 \times 10^{13} = L_2.$$

Kemudian, menghitung nilai bantuan, yakni M dan m , serta N dan n .

$$m \sin M = x_o - \xi_o, \quad m \cos M = y_o - \eta_o \dots (30),$$

$$n \sin N = x' - \xi' \quad n \cos N = y' - \eta' \dots (31).$$

Diketahui bahwa, **nilai M diperoleh melalui $\tan M = (x_o - \xi_o)/(y_o - \eta_o)$** , yang akan memberikan dua nilai pada M , yakni:

$$\begin{aligned}\tan M &= (x_o - \xi_o) \\ &= (1522,70361 - (5,063100896 \times 10^{12})) \\ &= -5,063100894 \times 10^{12}\end{aligned}$$

$$M = -90$$

atau,

$$\begin{aligned}\tan M &= (y_o - \eta_o) \\ &= ((-4845,322737) - (-1,653520846 \times 10^{13})) \\ &= 1,653520846 \times 10^{13}\end{aligned}$$

$$M = 90$$

Adapun nilai m diperoleh melalui rumus:

$$\sqrt{[(x_o - \xi_o)^2 + (y_o - \eta_o)^2]} = m$$

Sehingga, perhitungan ke-(30), dapat dijabarkan seperti:

$$\sqrt{[(x_o - \xi_o)^2 + (y_o - \eta_o)^2]} \times \sin M = x_o - \xi_o,$$

$$\begin{aligned}&\sqrt{[(1522,70361 - (5,063100896 \times 10^{12}))^2 + \\ &((-4845,322737) - (-1,653520846 \times \\ &10^{13}))^2]} \times \sin 90^\circ = -5,063100894 \times 10^{12}\end{aligned}$$

$$= (1,729300753 \times 10^{13}) \times 1 = -5,063100894 \times 10^{12}.$$

$$= 1,729300753 \times 10^{13} = -5,063100894 \times 10^{12}$$

atau,

$$\sqrt{[(1522,70361 - (5,063100896 \times 10^{12}))^2 + ((-4845,322737) - (-1,653520846 \times 10^{13}))^2]} \times \sin -90^\circ = -5,063100894 \times 10^{12}$$

$$= (1,729300753 \times 10^{13}) \times -1 = -5,063100894 \times 10^{12}.$$

$$= -1,729300753 \times 10^{13} = -5,063100894 \times 10^{12}$$

dan

$$\sqrt{[(x_o - \xi_o)^2 + (y_o - \eta_o)^2]} \times \cos M = y_o - \eta_o.$$

$$\sqrt{[(1522,70361 - (5,063100896 \times 10^{12}))^2 + ((-4845,322737) - (-1,653520846 \times 10^{13}))^2]} \times \cos 90^\circ = -5,063100894 \times 10^{12}$$

$$= (1,729300753 \times 10^{13}) \times 0 = -5,063100894 \times 10^{12}.$$

$$= 0 = -5,063100894 \times 10^{12}$$

atau,

$$\begin{aligned}
& \sqrt{[(1522,70361 - ([5,063100896 \times 10]^{12}))^2 + \\
& ((-4845,322737) - (- [1,653520846 \times \\
& 10]^{13}))^2]} \times \cos -90^\circ = -5,063100894 \times 10^{12} \\
& = (1,729300753 \times 10^{13}) \times 0 = -5,063100894 \times 10^{12}. \\
& = 0 = -5,063100894 \times 10^{12}
\end{aligned}$$

Adapun, **nilai N diperoleh melalui $\tan N = (x' - \xi')/(y' - \eta')$** , yang akan memberikan dua nilai pada M , yakni:
 $\tan N = (x' - \xi')$

$$\begin{aligned}
& = ((-0^\circ 0' 57,24'') - 2,12974253 \times 10^{11}) \\
& = -2,12974253 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$N = -90$$

atau,

$$\begin{aligned}
\tan N &= (y' - \eta') \\
&= (0^\circ 0' 57,65'' - (-6,948057164 \times 10^{11})) \\
&= 6,948057064 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

$$N = 90$$

Adapun nilai n diperoleh melalui rumus:

$$\sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} = n$$

Sehingga, perhitungan ke-(31), dapat dijabarkan seperti:

$$\sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} \times \sin N = x' - \xi',$$

$$\begin{aligned}
& \sqrt{[((-0^{\circ} 0' 57,24'') - 2,12974253 \times 10^{11})^2 + (0^{\circ} 0' 57,65'' - (-6,948057064 \times 10^{11}))^2]} \\
& \times \sin 90^{\circ} = -2,12974253 \times 10^{11}. \\
& = (7,267138378 \times 10^{11}) \times 1 = -2,12974253 \times 10^{11}. \\
& = 7,267138378 \times 10^{11} = -2,12974253 \times 10^{11}.
\end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned}
& \sqrt{[((-0^{\circ} 0' 57,24'') - 2,12974253 \times 10^{11})^2 + (0^{\circ} 0' 57,65'' - (-6,948057064 \times 10^{11}))^2]} \\
& \times \sin -90^{\circ} = -2,12974253 \times 10^{11}. \\
& = (7,267138378 \times 10^{11}) \times -1 = -2,12974253 \times 10^{11}. \\
& = -7,267138378 \times 10^{11} = -2,12974253 \times 10^{11},
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
& \sqrt{[(x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2]} \times \cos N = y' - \eta'. \\
& \sqrt{[((-0^{\circ} 0' 57,24'') - 2,12974253 \times 10^{11})^2 + (0^{\circ} 0' 57,65'' - (-6,948057064 \times 10^{11}))^2]} \\
& \times \cos 90^{\circ} = 6,948057064 \times 10^{11} \\
& = 7,267138378 \times 10^{11} \times 0 = 6,948057064 \times 10^{11}. \\
& = 0 = 6,948057064 \times 10^{11}.
\end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned}
& \sqrt{[((-0^{\circ} 0' 57,24'') - 2,12974253 \times 10^{11})^2 + (0^{\circ} 0' 57,65'' - (-6,948057064 \times 10^{11}))^2]} \\
& \times \cos -90^{\circ} = 6,948057064 \times 10^{11} \\
& = 7,267138378 \times 10^{11} \times 0 = 6,948057064 \times 10^{11}. \\
& = 0 = 6,948057064 \times 10^{11}.
\end{aligned}$$

Yang perlu diperhatikan dalam perhitungan ini adalah, bahwa dalam hasil penentuan nilai M dan N , nilai yang dipilih untuk $\sin M$ atau $\sin N$, haruslah memiliki kesamaan nilai (positif atau negatif) dengan $(x_o - \xi_o)$.²³⁹

Sebagaimana dalam perhitungan ke (30), yakni pada rumus $m \sin M = x_o - \xi_o$, nilai -90 adalah nilai yang tepat untuk diterapkan pada jumlah nilai M . Hal ini dikarenakan, jika kita menggunakan nilai -90 pada perhitungan ke (30), maka jumlah $\sin -90^{\circ}$ nilainya akan sama sebagaimana nilai $(x_o - \xi_o)$, yakni sama-sama bernilai negatif²⁴⁰.

Adapun dalam perhitungan ke (31), yakni pada rumus $n \sin N = x^{\circ} - \xi^{\circ}$, nilai -90 adalah nilai yang tepat untuk diterapkan pada jumlah nilai N . Hal ini dikarenakan, jika

²³⁹ William Marshall Smart, *Textbook on Spherical Astronomy*, (Great Britain: University Press, Cambridge, 1977), hlm.396.

²⁴⁰ Nilai dari $\sin -90^{\circ} = -1$, nilai dari $(x_o - \xi_o)$ adalah -9855404725 .

kita menggunakan nilai -90 pada perhitungan ke (31), maka jumlah $\sin -90^\circ$ nilainya akan sama sebagaimana nilai $(x' - \zeta')$, yakni sama-sama bernilai negatif²⁴¹.

Setelah nilai N , n , M , serta m telah diketahui, maka rumus ke (30) dan (31) diaplikasikan ke dalam rumus (29), yang menjadi rumus ke (32), yang dapat dihitung dengan rumus:

$$n^2 t^2 + 2mnt \cos (M - N) + m^2 - L_2^2 = 0 \dots\dots(32).$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} & ((7,267138378 \times 10^{11})^2 \times (23^\circ 47' 32,59'')^2) + ((2 \times \\ & (1,729300753 \times 10^{13}) \times (7,267138378 \times 10^{11}) \times \\ & 23^\circ 47' 32,59'') \times \cos((-90) - (-90))) + \\ & ((1,729300753 \times 10^{13})^2) - (5789473636)^2 = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(7,267138378 \times 10^{11}) \times (23^\circ 47' 32,59'')} + ((2 \times \\ & (1,729300753 \times 10^{13}) \times (7,267138378 \times 10^{11}) \times \\ & 23^\circ 47' 32,59'') \times \cos((-90) - (-90))) + \\ & \sqrt{(1,729300753 \times 10^{13}) - 5789473636} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 20282417,31 + (5,980010621 \times 10^{26}) + 4157790,045 = \\ & 0. \end{aligned}$$

Kemudian menghitung sudut Ψ , dengan rumus:

$$L_2 \sin \Psi = m \sin (M - N) \dots\dots(33)$$

²⁴¹ Nilai dari $\sin -90^\circ = -1$, nilai dari $(x' - \zeta')$ adalah $-638374568,8$.

$$L_2 \sin \Psi = m \sin (M) - m \sin (N)$$

$$\sin \Psi = \frac{m \sin (M) - m \sin (N)}{L_2}$$

$$\sin \Psi = \frac{((1,729300753 \times 10^{13}) \times \sin (-90^\circ)) - ((1,729300753 \times 10^{13}) \times \sin (-90^\circ))}{5789473636}$$

$$\Psi = -2986,974053 \text{ dan } +2986,974053.$$

Setelah menemukan nilai dari Ψ , kemudian menghitung t yang menggunakan rumus ke (34), yang didahului dengan mencari nilai dari $\frac{L_2 \cos \Psi}{n}$ yakni:

$$\frac{L_2 \cos \Psi}{n} = \frac{(3,306629459 \times 10^{13}) \cos(2986,974053)}{(7,267138378 \times 10^{11})} = -$$

$$13^\circ 17'0,72''$$

Setelah itu, dapat dilakukan perhitungan:

$$t = -\frac{m}{n} \cos(M - N) \pm \frac{L_2 \cos \Psi}{n} \dots\dots(34).$$

$$\begin{aligned} t_1 &= -\frac{m}{n} \cos(M - N) + \frac{L_2 \cos \Psi}{n} \\ &= -\frac{(1,729300753 \times 10^{13})}{(7,267138378 \times 10^{11})} \times 1 + (-13^\circ 17'0,72'') \\ &= -10^\circ 30'45,5''. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
t_2 &= -\frac{m}{n} \cos(M - N) - \frac{L_2 \cos \psi}{n} \\
&= -\frac{(1,729300753 \times 10^{13})}{(7,267138378 \times 10^{11})} \times 1 - (-13^\circ 17' 0,72'') \\
&= -37^\circ 04' 46,94''
\end{aligned}$$

Karena hasilnya adalah $-37^\circ 04' 46,94''$, maka harus disesuaikan dengan nilai waktu satu hari yakni $24^\circ 0' 0''$. Maka t_1 ,

$$37^\circ 04' 46,94'' - 24^\circ 0' 0'' = 13^\circ 04' 46,94''.$$

Maka hasil awal waktu gerhana,

$$T_1 - \frac{m_1}{n_1} \cos(M_1 - N_1) - \tau_1 \text{ adalah,}$$

$$\begin{aligned}
-10^\circ 30' 45,5'' - (37^\circ 04' 46,94'') &= - \\
23^\circ 47' 46,22'' \text{ GMT}^{242} &.
\end{aligned}$$

Maka, awal waktu gerhana Matahari pada tanggal 9 Maret 2016, terjadi pada pukul $23^\circ 47' 46,22''$ GMT.

²⁴² Nilai negatif diabaikan.

Lampiran VII

Perhitungan Waktu Gerhana Sentral pada Sistem Perhitungan

Gerhana Matahari *Textbook on Spherical Astronomy*

Hasil waktu terjadinya gerhana sentral pada perhitungan *Textbook on Spherical Astronomy*, diperoleh melalui perhitungan selisih antara hasil perhitungan waktu awal dan akhir gerhana, yang perhitungannya adalah sebagai berikut:

1. 10 Mei 1994

$$15^{\circ} 23' 56,68'' - 16^{\circ} 40' 49,95'' = -1^{\circ} 16' 53,27''$$

$$-1^{\circ} 16' 53,27'' \times 0^{\circ} 12' 30''^{243} = -0^{\circ} 16' 01,1''.$$

Kemudian, waktu akhir gerhana dikurangi dengan hasil perkalian antara selisih waktu akhir gerahan dengan nilai $0^{\circ} 12' 30''$ (nilai negatif diabaikan), (karena waktu akhir gerhana pasti terlebih dahulu waktunya, jika dibandingkan dengan waktu gerhana sentral).

$$16^{\circ} 40' 49,95'' - 0^{\circ} 16' 01,1'' = 16^{\circ} 24' 48,85'' \text{ GMT.}$$

2. 9 Maret 2016

$$23^{\circ} 47' 46,22'' - 24^{\circ} 26' 56'' = -0^{\circ} 39' 09,78''.$$

$$-0^{\circ} 39' 09,78'' \times 0^{\circ} 7' 30''^{244} = -0^{\circ} 04' 53,72''.$$

$$24^{\circ} 26' 56'' - 0^{\circ} 04' 53,72'' = 24^{\circ} 22' 2,28'' \text{ GMT.}$$

²⁴³ Nilai $0^{\circ} 12' 30''$ merupakan durasi maksimum pada gerhana cincin. (<https://www.space.com/15584-solar-eclipses.html>).

²⁴⁴ Nilai $0^{\circ} 7' 30''$ merupakan durasi maksimum pada gerhana total. (<https://www.space.com/15584-solar-eclipses.html>).

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Nama : Fiki Nuafi Qurrota Aini
Tempat, tanggal lahir : Semarang, 12 Mei 1996
Jenis kelamin : Perempuan
Agama : Islam
Alamat : Jln. Tanggul Mas Timur 8, No.273,
Kel.Panggung Lor, Kec.Semarang
Utara, Kota Semarang.

Pendidikan Formal :

- 2002-2008 : MI AL-KHOIRIYYAH 2,
Semarang.
- 2008-2011 : MTs FUTUHIYYAH 2, Mranggen,
Demak.
- 2011-2014 : MA NU BANAT, Kudus.
- 2014-sekarang : UIN WALISONGO, Semarang.

Pendidikan Non Formal :

- TPQ An-Nur, Semarang.
- Ponpes Al-Badriyyah, Mranggen, Demak.
- Ponpes Yanabiul ‘Ulum wa Rohmah, Krandon, Kudus.

Semarang, 18 Juni 2018

Fiki Nuafi Qurrota Aini
NIM. 1402046009